

# **ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО АСТРОНОМИИ: СОДЕРЖАНИЕ ОЛИМПИАДЫ И ПОДГОТОВКА КОНКУРСАНТОВ**

Автор-составитель:

*Угольников Олег Станиславович* – научный сотрудник Института космических исследований РАН, кандидат физико-математических наук, заместитель председателя Методической комиссии по астрономии Всероссийской олимпиады школьников.

Москва, 2006 г.

## ВВЕДЕНИЕ

Астрономические олимпиады в СССР и России имеют богатую историю. Первая из ныне существующих астрономических олимпиад – Московская – была учреждена в 1947 году Механико-математическим факультетом Московского государственного университета, Московским отделением Всесоюзного астрономо-геодезического общества, Московским планетарием и Московским городским отделом народного образования. Постепенно развиваясь, Московская олимпиада вскоре стала престижным соревнованием, в котором принимали участие многие десятки и даже сотни столичных школьников. Многие известные ученые-астрономы в свое время были участниками и победителями Московской олимпиады, о чем они с удовольствием рассказывают в своих воспоминаниях.

В восьмидесятые годы XX века Московская астрономическая олимпиада, по сути, была соревнованием не только самых одаренных школьников, но и центров дополнительного образования по астрономии, успешно работающих в Москве. Из этих центров нужно выделить, прежде всего, астрономические кружки Московского планетария, отдел астрономии и космонавтики Московского городского Дворца пионеров (ныне – Московский городской Дворец творчества детей и юношества), кружки Дома научно-технического творчества молодежи. Каждый из этих центров имел свои особые традиции астрономического образования, в них читали лекции и проводили занятия с детьми квалифицированные преподаватели и известные популяризаторы науки. Высокий уровень подготовки детей позволял им справляться с трудными заданиями Московской олимпиады.

В конце восьмидесятых – начале девяностых годов XX века астрономические олимпиады появились в Московской области, Санкт-Петербурге, других городах и регионах России. Одновременно появились и новые центры дополнительного астрономического образования. Наконец, в 1994 году в Ярославле была проведена первая Всероссийская школьная олимпиада по астрономии. Она была организована Министерством образования Российской Федерации, Евро-Азиатским Астрономическим обществом, Государственным Астрономическим институтом им. П.К. Штернберга МГУ, Ногинским научным центром РАН, Московским научно-техническим центром «Космофлот», Московским городским дворцом творчества детей и юношества и Ярославским городским научно-педагогическим центром.

Российская астрономическая олимпиада была значительно моложе аналогичных форумов по другим естественнонаучным дисциплинам, и правила ее проведения (как организационные, так и методические) в первые годы существования часто менялись. Специфика предмета астрономии состояла еще и в том, что в школе она преподавалась только в выпускном классе (да и то не везде), а среди увлеченных талантливых школьников, способных участвовать в олимпиаде, было много и более молодых ребят. К примеру, в самой младшей возрастной параллели Московской олимпиады выступали ученики 6-7 классов, в первых Всероссийских олимпиадах – ученики 8-9 классов. Очевидно, что все астрономические олимпиады с самого начала ориентировались на уровень дополнительного образования. Указанная специфика делает астрономические

олимпиады и предшествующую им подготовку важным звеном всего школьного образования, крайне важного для формирования мировоззрения человека.

В центрах дополнительного образования, расположенных в разных регионах России, были свои традиции, своя тематическая направленность занятий по астрономии, часто определяемая самими преподавателями. Далеко не всегда эта направленность совпадала с теми вопросами, которые предлагались детям на Всероссийской олимпиаде по астрономии. Становилась очевидной необходимость выработки единого методического документа, определяющего тематическое содержание вопросов и тем по астрономии, затрагиваемых в олимпиадных заданиях для учеников разных классов. Первый такой документ был разработан в 2002 году Ассоциацией учителей астрономии России. Существенно переработав данную методическую программу, Методическая комиссия Всероссийской олимпиады школьников по астрономии издала в декабре 2004 года «Список вопросов по астрономии, рекомендуемых при подготовке школьников к этапам Всероссийской олимпиады». Этот список (с небольшими изменениями, сделанными в октябре 2006 года) действует на Всероссийской олимпиаде по астрономии и в настоящее время.

Однако, сам по себе список вопросов не является полным и достаточным руководством для преподавателя, работающего с одаренными детьми, увлеченными астрономией. Сразу после утверждения списка вопросов назрела необходимость методического пособия, раскрывающего каждый вопрос и понятие с примерами характерных олимпиадных заданий по той или иной теме. Этой цели и посвящено настоящее издание.

Помимо этого, в книге описывается общая методика составления заданий для олимпиад разного уровня с примерами задач различной направленности по каждому из вопросов методической программы. Данная информация может быть полезна как для организаторов олимпиад, так и для преподавателей, готовящих школьников к интеллектуальным соревнованиям. Даются общие рекомендации по проведению внешкольных занятий по астрономии и подготовке участников Всероссийской астрономической олимпиады.

# РАЗДЕЛ 1.

## МЕТОДИЧЕСКАЯ ПРОГРАММА ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО АСТРОНОМИИ

### § 1.1. Общее описание.

Специфика предмета астрономии заключается в необходимости прочной физической и математической базы при ее изучении. В то же время астрономия не является составной частью физики и рассматривает широкий круг вопросов, не освещаемых в рамках каких-либо других наук. При разработке заданий и проведении различных этапов Всероссийской олимпиады школьников по астрономии необходимо учитывать, что существенную часть астрономических знаний школьники получают в научно-популярной литературе и в центрах дополнительного образования (кружках, планетариях), при этом базовая подготовка происходит на уроках математики, физики и естествознания в школе. Астрономия также рассматривает ряд необходимых и важных вопросов, смежных с физической наукой, мало освещаемых в школьном курсе физики, но вполне доступных школьникам.

Указанная специфика предполагает составление олимпиадных заданий, ориентированных на школьную программу по математике и физике и на уровень дополнительного образования по астрономии и смежным вопросам. Данный раздел книги представляет собой детализированную методическую программу Всероссийской олимпиады школьников по астрономии, основанную на Списке вопросов, рекомендуемом при подготовке школьников к олимпиаде. Данный список разработан Методической комиссией Всероссийской олимпиады школьников по астрономии и состоит из трех частей, соответствующих (согласно действующему Положению о Всероссийской олимпиаде школьников) возрастным параллелям 9, 10 и 11 классов. Каждая часть состоит из ряда пунктов, освещающих ту или иную область астрономической науки. В данном разделе настоящего издания производится поочередный анализ Списка вопросов, начинающихся с формулировки и основного содержания, выделяемого курсивом.

В анализе программы Всероссийской олимпиады по астрономии указываются понятия, термины, факты и законы (в качественном и количественном виде), необходимые для изучения школьниками при рассмотрении того или иного раздела программы.

При подготовке школьников к олимпиаде необходимо учитывать, что олимпиадные задания для 10 и 11 классов могут включать в себя вопросы из курса предыдущих классов. Задания олимпиад высокого уровня (к примеру, Заключительного этапа Всероссийской олимпиады), как правило, одновременно охватывают несколько вопросов астрономической науки, которые могут относиться к разным разделам программы, возможно, из разных классов (параграфов). Это необходимо учитывать при подготовке школьников, уделяя часть времени на повторение уже пройденного материала, как теоретически, так и в виде решения задач. Подробнее об этом будет сказано во 2 и 3 разделах настоящей книги.

Каждый параграф, соответствующий определенному классу, завершается пунктом «Дополнительные вопросы». Эти пункты содержат ряд тем по смежным с астрономией предметам – математике и физике. Детальное изучение этих тем необходимо для рассмотрения ряда вопросов по астрономии. Некоторые темы могут выходить за рамки стандартных курсов по физике и математике для данного класса, на что преподавателям необходимо обратить особое внимание.

Методический список вопросов является общим для всех этапов Всероссийской олимпиады школьников по астрономии. Это необходимо для обеспечения тематической последовательности обучения школьников, участвующих в олимпиадах различного уровня. В то же время задания школьного, районного и регионального этапов Всероссийской олимпиады, проходящих в середине учебного года, в большей степени ориентированы на вопросы предыдущих лет обучения и первой половины программы текущего года (см. раздел 2). Главное отличие требований, предъявляемых к победителям регионального и, особенно, заключительного этапа, состоит не в расширении уровня знаний, а в умении применять эти знания для решения более сложных задач, свободном владении приемами и методами, используемыми в астрономии.

## **§ 1.2. Методическая программа олимпиады – 9 класс.**

### **1.2.1. Звездное небо.**

*Созвездия и ярчайшие звезды неба: названия, условия видимости в различные сезоны года.*

Основная тематическая направленность первого пункта Списка вопросов по астрономии состоит в ознакомлении школьников со звездным небом и его основными яркими и легко запоминающимися объектами. Целесообразно проведение нескольких вечерних занятий под открытым небом, особенно если учащиеся не имеют опыта самостоятельных наблюдений.

Программа олимпиады предусматривает умение школьника распознавать яркие звезды (в пределах 20 ярчайших звезд неба), иметь представление о том, в какой сезон года и в какое время суток их можно найти в той или иной области неба. Информация должна иметь качественный характер, от учеников не следует требовать точного знания положений (координат) звезд. Если же это необходимо для решения олимпиадного задания, координаты даются в условии или включаются в сопроводительную справочную информацию, разрешенную к использованию во время олимпиады.

При переходе от точечных объектов (звезд) к их характерному взаимному расположению (созвездиям) необходимо добиться четкого понимания школьниками, что в отличие от звезд, созвездия не являются физическими объектами. Они представляют собой лишь характерные с точки зрения человеческого восприятия фигуры, не изменяющиеся во времени вследствие постоянного расположения звезд на небе друг относительно друга на масштабе многих тысяч лет. Важным является также понимание того, что исторически звезды объединялись в группы (созвездия) людьми с целью лучшего ориентирования на звездном небе.

Школьникам необходимо знать, что звездное небо поделено на 88 созвездий, границы которых определены Международным Астрономическим союзом в 1922 году. Происхождение многих созвездий (как их человеческого восприятия, а не как составляющих их физических объектов – звезд, которые намного старше) уходит корнями в Древнюю Грецию и связано с богатой мифологией того времени.

Так же, как и в случае ярких звезд, учащиеся должны иметь представление об условиях видимости наиболее примечательных созвездий (Орион, Лебедь, Кассиопея, Большая и Малая Медведицы и др.) в различные периоды времени. Необходимо также умение находить те же звезды и созвездия на звездных картах.

Вопрос включает в себя также систему обозначения ярких звезд в созвездии греческими буквами, сведения об истории возникновения этих обозначений и степени соответствия обозначений и порядку убывания яркости звезд. Школьникам рекомендуется знать собственные названия ярчайших звезд неба.

### **1.2.2. Небесная сфера.**

*Суточное движение небесных светил на различных широтах. Восход, заход, кульминация. Горизонтальная и экваториальная система координат, основные круги и линии на небесной сфере. Высота над горизонтом небесных светил в кульминации. Высота полюса Мира. Изменение вида звездного неба в течение суток. Подвижная карта звездного неба. Рефракция (качественно). Сумерки: гражданские, навигационные, астрономические. Понятия углового расстояния на небесной сфере и угловых размеров объектов.*

Указанный комплекс тем является одним из основополагающих во всем курсе астрономии. Разные его аспекты обычно затрагиваются в большинстве олимпиадных задач как для 9, так и для 10 и 11 классов. Общее рассмотрение всего вопроса систем координат на сфере, использующее соотношения сферической тригонометрии, доступно только студентам младших курсов и 11-классникам школ с углубленным изучением математики, и при подготовке к олимпиаде по астрономии оно не производится. Школьники должны владеть основными понятиями и соотношениями, базирующимися на определениях плоских и двугранных углов в пространстве.

Пункт программы включает в себя четкое определение горизонтальной и экваториальной систем координат как частных случаев полярной системы координат на поверхности сферы, в качестве полюса которой выступают соответственно зенит и Северный полюс Мира. Необходимо представление различия между двумя экваториальными системами: неподвижной относительно наблюдателя (склонение – часовой угол) и связанной со звездами (склонение – прямое восхождение). Вводится понятие круга склонения. Также даются определения круга высоты, альмукантарата, небесного меридиана. Умение перевести горизонтальные координаты в экваториальные и наоборот требуется, прежде всего, в простом случае, когда светило находится в верхней или нижней кульминации. Для этого небесная сфера проектируется на плоскость небесного

меридиана, и задача сводится к планиметрической. Соотношения между широтой места, склонением светила и его высотой в верхней и нижней кульминациях должны быть известны школьникам для всех возможных случаев (кульминации на севере и на юге, северное и южное полушарие Земли, невосходящие и незаходящие светила).

Помимо этого, участникам олимпиады должны быть известны основные свойства больших кругов небесной сферы, к которым относятся горизонт и небесный экватор (в последующих пунктах программы будут введены и другие большие круги). На Заключительном этапе Всероссийской олимпиады школьников по астрономии может быть представлена любая задача, связанная с преобразованиями горизонтальной и экваториальной (далее – и эклиптической) систем координат, решаемая в 1-2 этапа методом проекции небесной сферы на различные плоскости без привлечения формул сферической тригонометрии. Учащиеся должны быть также ознакомлены с общим определением величины угловой скорости объекта в сферической системе координат. Необходимо сделать акцент на то, что период суточного вращения не равен 24 часам, а составляет 23 часа 56 минут и 4 секунды.

Понятия рефракции и сумерек вводятся как приложение к информации, приведенной выше, с определением и кратким обзором физической природы обоих явлений, связанных с земной атмосферой. Даются величины атмосферной рефракции у горизонта на поверхности Земли при нормальных атмосферных условиях (35 угловых минут) и погружения Солнца под горизонт, соответствующие окончанию гражданских, навигационных и астрономических сумерек (соответственно 6, 12 и 18 градусов). Эти величины учащиеся должны запомнить.

### **1.2.3. Движение Земли по орбите.**

*Видимый путь Солнца по небесной сфере. Изменение вида звездного неба в течение года. Эклиптика, понятие полюса эклиптики и эклиптической системы координат. Зодиакальные созвездия. Прецессия, изменение экваториальных координат светил из-за прецессии.*

«Отправной точкой» данного пункта программы по астрономии является тот факт, что наряду с суточным движением небесных светил, отражающим осевое вращение Земли и не изменяющим их взаимное расположение, некоторые светила обладают «собственным» движением по небу, перемещаясь относительно других светил. Как правило, угловая скорость этого движения значительно меньше угловой скорости суточного вращения неба, и собственное перемещение светил можно заметить лишь за несколько дней наблюдений.

В данной части программы школьники знакомятся с одним небесным объектом, обладающим собственным движением – Солнцем. Необходимо сразу же отметить, что, как и в случае суточного вращения неба, это движение есть отражение движения Земли, только не осевого, а орбитального – по практически круговой траектории вокруг Солнца с периодом в 1 год. Проекция орбиты Земли на небесную сферу определяет эклиптическую систему координат и линию эклиптики, как еще один важный большой круг небесной сферы. Необходимо

отметить, что в отличие от горизонта и экватора, эклиптика не сохраняет своего положения относительно земного наблюдателя, участвуя в суточном движении неба. Движение Солнца относительно звезд трудно наблюдать непосредственно из-за большой яркости Солнца, но в нем можно убедиться, наблюдая изменение положения звезд и созвездий на рассвете и закате в течение нескольких дней.

При изучении зодиакальных созвездий, через которые проходит эклиптика, необходимо четко отличать их от зодиакальных знаков, имеющих те же названия и используемых, в основном, в астрологии и других лженаучных учениях. Знаки Зодиака, как одинаковые по длине отрезки эклиптики, отличаются от созвездий и расположением на небе, и своим количеством.

Изучая явление прецессии, школьники должны получить представление о физической причине явления, его периоде, направлении и наблюдательных проявлениях. В частности, школьники должны уметь оценивать, как будут изменяться экваториальные координаты светил, по крайней мере, вблизи эклиптики через заданный промежуток времени.

#### **1.2.4. Измерение времени.**

*Тропический год. Солнечные и звездные сутки, связь между ними. Солнечные часы. Местное, поясное время. Истинное и среднее солнечное время, уравнение времени. Звездное время. Часовые пояса и исчисление времени в нашей стране; декретное время, летнее время. Летоисчисление. Календарь, солнечная и лунная система календаря. Новый и старый стиль.*

Основой данного пункта являются четкие определения временных единиц, используемых в астрономии: звездные, истинные и средние солнечные сутки, уравнение времени, тропический и звездный год. Школьники должны знать определение временной единицы и одновременно представлять смысл ее введения. На этой базе вводятся определение временных шкал: сначала естественно-астрономических (звездное, истинное и среднее солнечное время), затем введенных человеком (поясное, декретное, летнее), нужно четко представлять цель введения каждой шкалы. Территория Российской Федерации располагается в большом количестве часовых поясов, и учащиеся должны иметь представление об их распределении, хотя его точное знание не обязательно.

Важной составляющей данного пункта является математическая связь среднего солнечного (или звездного) времени с долготой места наблюдения, а также их связь друг с другом при заданных координатах Солнца или дате наблюдения. Необходимо умение свободно производить пересчет углов в различные меры (градусную, часовую, радианную).

Из существующих систем календаря школьники обязаны знать юлианскую и григорианскую, уметь переводить даты, желательно ознакомление и с другими известными системами. Необходимо четкое понимание цели развития календаря – приближение средней величины года в календарной шкале к тропическому (а не звездному) году, определяющему периодичность сезонных изменений на Земле.



### **1.2.5. Движение небесных тел под действием силы всемирного тяготения.**

*Форма орбит: эллипс, парабола, гипербола. Эллипс, его основные точки, большая и малая полуоси, эксцентриситет. Закон всемирного тяготения. Законы Кеплера (включая обобщенный третий закон Кеплера). Первая и вторая космические скорости. Круговая скорость, скорость движения в точках перицентра и апоцентра. Определение масс небесных тел на основе закона всемирного тяготения. Расчеты времени межпланетных перелетов по касательной траектории.*

Данная тема несет в себе основную физическую базу всего курса астрономии, отнесенного к 9 классу. Ключевой факт, обязательный для понимания школьников (без его вывода), что из закона всемирного тяготения следует эллиптическая, параболическая или гиперболическая форма орбиты тела в поле тяжести другого тела. При этом исторически сначала было установлено следствие в виде законов Кеплера, а затем из него Ньютоном была выведена причина – закон всемирного тяготения.

Вопрос предполагает знание определений параметров эллипса, перечисленных в тексте вопроса, что позволяет постулировать первый закон Кеплера. Второй закон Кеплера, как известно, является астрономической трактовкой закона сохранения момента импульса для точечных масс, выходящий за рамки школьной программы 9 класса. Поэтому в данном случае он постулируется в непосредственной формулировке Кеплера (равенство площадей, описываемых радиусом-вектором за равные промежутки времени), а математически исследуется только случаи перицентра и апоцентра, когда скорость перпендикулярна радиусу-вектору. Более полное рассмотрение данного закона рекомендуется проводить в 11 классе с участниками заключительного этапа Всероссийской олимпиады по астрономии.

Третий закон Кеплера постулируется как в частном, так и в обобщенном виде, при этом необходимо четкое понимание, в каких случаях достаточно использовать частную формулировку. Школьники должны уметь выводить обобщенный третий закон Кеплера из закона всемирного тяготения для случая круговых орбит. Аналогичным образом выводится и величина круговой скорости.

Вывод величины скорости в перицентре и апоцентре орбиты, а также параболической скорости требует знания выражения потенциальной энергии тяготения точечного тела, с которым школьники должны быть также знакомы.

### **1.2.6. Солнечная система.**

*Строение, состав, общие характеристики. Размеры, форма, масса тел Солнечной системы, плотность их вещества. Отражающая способность (альбедо). Определение расстояний до тел Солнечной системы (методы радиолокации и суточного параллакса). Астрономическая единица. Угловые размеры планет. Сидерический, синодический периоды планет, связь между ними. Видимые движения и конфигурации планет. Наклонение орбиты, линия узлов. Прохождения планет по диску Солнца, условия наступления. Малые тела Солнечной системы. Метеороиды, метеоры и метеорные потоки. Метеориты. Орбиты планет, астероидов, комет и метеороидов. Возмущения в движении*

*планет. Третья космическая скорость для Земли и других тел Солнечной системы.*

Раздел посвящен изучению других (помимо Солнца) объектов, которые перемещаются на небе относительно звезд. На базе материала, пройденного в предыдущем пункте, описываются движения небесных тел Солнечной системы вокруг центрального массивного тела – Солнца. Точные значения масс Солнца и планет, радиусов орбит и периодов обращения, а также масс, радиусов и сферического альbedo планет включены в список справочной информации, разрешенной к использованию на олимпиадах, однако учащиеся обязаны знать эти величины, по крайней мере, приблизительно.

Вопрос «конфигурации планет» предусматривает четкое понимание причины и характера изменений условий видимости внутренних и внешних планет, умение определить угловой диаметр, фазу и угловую скорость видимого перемещения планеты среди звезд в том или ином ее положении на орбите относительно Земли, способность вычислять синодический период небесного тела из сидерического и наоборот. Необходимо представлять, как влияет наклон орбиты планеты к плоскости орбиты Земли (плоскости эклиптики) на конфигурации планеты и ее расположение на небе, а для внутренних планет (Меркурия и Венеры) – на условия их прохождения по диску Солнца.

Учащиеся должны представлять характеристики орбит типичных астероидов, комет и метеорных потоков, механизмы образования метеорных роев и факторы, влияющие на их наблюдательные характеристики (активность, координаты радианта, скорость).

При рассмотрении вопроса о возмущениях школьники должны уметь решать задачи на возмущенное движение небесного тела, которые можно свести к последовательности задач на невозмущенное движение (например, вычисление третьей космической скорости тела, находящегося сначала в поле тяжести Земли, затем – в поле тяжести Солнца). Необходимо понимание механизмов эволюции кометных орбит в поле тяжести больших планет.

### **1.2.7. Система Солнце - Земля - Луна.**

*Движение Луны вокруг Земли, фазы Луны. Либрации Луны. Движение узлов орбиты Луны, периоды «низкой» и «высокой» Луны. Синодический, сидерический, аномалистический и драконический месяцы. Солнечные и лунные затмения, их типы, условия наступления. Сарос. Покрытия звезд и планет Луной, условия их наступления. Понятие о приливах.*

При рассмотрении темы необходимо пояснение, что движение Луны – одно из самых сложных в Солнечной системе, так как Луна испытывает сравнимое по величине гравитационное воздействие сразу двух тел – Солнца и Земли. Являясь единственным естественным спутником Земли, Луна движется по орбите, близкой к круговой, с постоянно изменяющимися параметрами (классический пример возмущенного движения). Изучение вопроса разбивается на два этапа. На первом этапе рассматриваются основные наблюдаемые свойства движения Луны просто как спутника Земли. Вводятся понятия синодического и сидерического

периодов, определяется их связь, рассматривается цикл изменения лунных фаз и условия наблюдения Луны в различных фазах. Определяются понятия основных фаз Луны. Рассматриваются условия наступления солнечных и лунных затмений, дается их основная классификация с учетом наклона лунной орбиты к плоскости эклиптики. Вводятся понятия линии узлов и линии апсид.

На втором этапе вся картина рассматривается с учетом влияния солнечных возмущений, приводящих к движению линии узлов и линии апсид. Школьники должны знать определения драконического и аномалистического периодов обращения Луны, их взаимосвязь с сидерическим периодом. На базе этого даются условия наблюдений солнечных и лунных затмений и покрытий звезд Луной, вводится понятие сароса, его свойств и диапазона применения. Дается представление о приливах и причинах их возникновения (количественный анализ явления приливов входит в программу 11 класса).

### **1.2.8. Оптические приборы.**

*Глаз как оптический прибор. Устройство простейших оптических приборов для астрономических наблюдений (бинокль, фотоаппарат, линзовые, зеркальные и зеркально-линзовые телескопы). Построение изображений протяженных объектов в фокальной плоскости. Угловое увеличение, масштаб изображения. Крупнейшие телескопы нашей страны и мира.*

Основная тематическая составляющая вопроса – прохождение света через линзу и призму, отражение от зеркала, принцип работы линзового и зеркального объектива телескопа, зависимость яркости и размера (для протяженных объектов) изображения в фокальной плоскости от параметров объектива (диаметр, фокусное расстояние). Вопрос включает представление о различных объективах и оптических приборах (в том числе и человеческом глазе). Рассматриваются основные оптические схемы телескопов – рефрактора и рефлектора, принципы работы биноклей и зрительных труб, фотоаппаратов. Учащиеся должны уметь самостоятельно рассчитать характеристики простейших оптических схем (увеличение, поле зрения, светосила) по заданным параметрам входящих в нее зеркал и линз.

### **1.2.9. Шкала звездных величин.**

*Представление о видимых звездных величинах различных астрономических объектов. Решение задач на звездные величины в целых числах. Зависимость яркости от расстояния до объекта.*

Данный вопрос предполагает определение шкалы звездных величин, понимание того, что фиксированная разница в звездных величинах означает фиксированное отношение яркостей светил. Вопрос вводится на уровне целых (или полуцелых) разностей в звездных величинах, не требуя использования логарифмов. Учащиеся должны представлять диапазон звездных величин объектов, видимых невооруженным глазом и в телескоп с заданными параметрами, знать звездные величины Солнца, Луны и планет в различных конфигурациях, причины и характер их изменения.

### **1.2.10. Электромагнитные волны.**

*Скорость света. Различные диапазоны электромагнитных волн. Видимый свет, длины волн и частоты видимого света. Радиоволны.*

Основной задачей данного пункта программы является создание у школьников представления о спектральном составе света. Сложность этого состоит в том, что указанный вопрос рассматривается до изучения этих вопросов в школьном курсе физики. Однако, это необходимо для дальнейшего изучения астрономии по данной программе в 10 и 11 классах. В рамках данного вопроса должны быть введены понятия скорости распространения света (наряду с историей ее открытия и измерения), частоты и длины волны излучения вместе с элементарными формулами, связывающими эти величины. Учащиеся должны иметь представление о длинах волн и частотах, характерных для разных диапазонов от гамма- до радиоизлучения, а также для видимого излучения разных цветов от фиолетового до красного.

### **1.2.11. Общие представления о структуре Вселенной.**

*Пространственно-временные масштабы Вселенной. Наша Галактика и другие галактики, общее представление о размерах, составе и строении.*

Данный пункт нацелен на создание у школьников общего представления о структуре Вселенной, обширном диапазоне пространственных и временных параметров, характеризующих объекты Вселенной и протекающие в ней процессы. Вопрос включает в себя информацию о том, что Солнце является звездой, наподобие видимых на ночном небе, но располагается к нам гораздо ближе других звезд. При этом необходимо дать представление о межзвездных расстояниях (пока – в километрах) и о размере и структуре нашей Галактики – гигантской звездной системы, включающей в себя все видимые глазом звезды и множество более слабых звезд, часть которых образует на небе полосу Млечного Пути. Далее рассматривается мир соседних галактик и скоплений галактик, даются их основные характеристики.

### **1.2.12. Измерения расстояний в астрономии.**

*Внесистемные единицы в астрономии (астрономическая единица, световой год, парсек, килопарсек, мегапарсек). Методы радиолокации, суточного и годичного параллакса. Абберация света.*

Данный вопрос является логическим продолжением предыдущего. Обширный диапазон расстояний, характеризующий небесные объекты и их расположение, указывает на необходимость ввода дополнительных единиц измерения расстояния. Единицы вводятся в порядке возрастания от астрономической единицы до мегапарсека. Для каждой единицы указывается область ее применения (для каких объектов и т.д.). Характерные пространственные масштабы Вселенной, описанные в предыдущем пункте, выражаются во вновь введенных единицах.

Школьники должны иметь представление о том, какие пространственные единицы должны использоваться для той или иной задачи, и знать (по крайней мере, по порядку величины) характерные пространственные величины Вселенной, выраженные в нужных единицах. Это облегчит им понимание самой пространственной структуры Вселенной и непосредственно решение задач. Так, использование системных единиц (километров) на масштабах вплоть до скоплений галактик приведет к появлению больших чисел, громоздких вычислений и, как следствие, ошибок.

Завершающая часть вопроса – методы измерения расстояний до небесных объектов от радиолокации, используемой для ближайших небесных тел (искусственные спутники Земли, Луна), до годичного параллакса, измеряемого для многих звезд в нашей Галактике. При анализе метода годичного параллакса необходимо отметить явление абберации света, которое необходимо учитывать при измерении параллаксов звезд. Данное явление легко объясняется школьникам построением аналогии с дождем, который кажется движущемуся наблюдателю не вертикальным, а наклонным, направленным навстречу его движению.

### **1.2.13. Дополнительные вопросы.**

*Дополнительные вопросы по математике:* Запись больших чисел, математические операции со степенями. Приближенные вычисления. Число значащих цифр. Пользование инженерным калькулятором. Единицы измерения углов: градус и его части, радиан, часовая мера. Понятие сферы, большие и малые круги. Формулы для синуса и тангенса малого угла. Решение треугольников, теоремы синусов и косинусов. Элементарные формулы тригонометрии.

*Дополнительные вопросы по физике:* Законы сохранения механической энергии, импульса и момента импульса. Понятие об инерциальных и неинерциальных системах отсчета. Потенциальная энергия взаимодействия точечных масс. Геометрическая оптика, ход лучей через линзу.

## **§ 1.3. Методическая программа олимпиады – 10 класс.**

### **1.3.1. Шкала звездных величин.**

*Звездная величина, ее связь с освещенностью. Формула Погсона. Связь видимого блеска с расстоянием. Абсолютная звездная величина. Изменение видимой яркости планет и комет при их движении по орбите.*

Вводится определение звездной величины как логарифмической по отношению к освещенности, расширяя вопрос 1.2.9 предыдущего параграфа на случай любых значений звездных величин. Оговаривается смысл произвольной постоянной в этом определении. Выводится формула для зависимости звездной величины от расстояния через звездную величину на стандартном расстоянии, звездной величины групп звезд. На основе определения абсолютной звездной величины как собственной характеристики звезды зависимость звездной величины от расстояния (или годичного параллакса) преобразуется к стандартному виду.

Рассматривается изменение звездной величины планет, как отражающих свет объектов, за счет изменения их расстояний от Солнца и Земли. Этот же

вопрос отдельно исследуется для комет, изменяющих свои характеристики в зависимости от расстояния от Солнца.

Необходимо уделить внимание вопросу о причинах ввода логарифмической шкалы измерения яркости небесных объектов. Этих причин две: логарифмическая зависимость реакции клеток глаза от освещенности и сильный разброс реальных объектов Вселенной по их энерговыделению и видимой яркости. Первая причина фактически стояла у истоков ввода шкалы звездных величин в древности и определила ее вид, вторая причина сохранила эту шкалу в настоящее время.

### **1.3.2. Звезды, общие понятия.**

*Основные характеристики звезд: температура, радиус, масса и светимость. Законы излучения абсолютно черного тела: закон Стефана-Больцмана, закон смещения Вина. Понятие эффективной температуры.*

Рассмотрение вопроса начинается с упрощенного определения звезды как устойчивого плотного тела, излучающего за счет собственных запасов энергии (более полное определение будет дано в 11 классе). Дается определение абсолютно черного тела, как тела, находящегося в состоянии термодинамического равновесия, и указывается, что реальные звезды, хотя и не являются абсолютно черными телами, но достаточно близки к ним по свойствам своего излучения. На элементарном уровне, без привлечения сложной спектральной тематики, дается информация о том, как излучает абсолютно черное тело с заданным радиусом и температурой, чему равна его полная светимость, и на какой длине волны (в каком «цвете» или диапазоне излучения) это тело излучает сильнее всего. Вводится понятие эффективной температуры с комментарием, что именно она и подразумевается в большинстве случаев как температура поверхности или фотосферы звезды. Анализируется зависимость «цвет – температура»: школьникам изначально бывает трудно понять, что красные звезды – самые холодные.

На основе введенных соотношений сравниваются массы, радиусы, температуры и светимости звезд, определяющие все их свойства, показываются диапазоны их изменения. Примеры сравнения некоторых звезд с Солнцем должны показать, что Солнце является достаточно типичной звездой с характеристиками, близкими к средним величинам по всему множеству звезд.

### **1.3.3. Классификация звезд.**

*Представление о фотометрических системах UBVR, показатели цвета. Диаграмма «цвет-светимость» (Герцишпрунга-Рассела). Звезды главной последовательности, гиганты, сверхгиганты. Соотношение «масса-светимость» для звезд главной последовательности.*

Наряду с визуальной звездной величиной, характеризующей поток излучения от звезды во всем видимом диапазоне спектра, необходима более детальная характеристика излучения звезды. Для этого вводится понятие цветовой или фотометрической системы, в которой вводится своя шкала звездных величин. Это

можно сделать по аналогии с визуальной звездной величиной, но если наблюдения проводить через определенный светофильтр (цветное стекло), пропускающий излучение только определенных длин волн (цветов). Рассматривается вопрос о величине свободной постоянной в каждой фотометрической системе, принимается, что для звезды Вега звездные величины во всех цветовых полосах совпадают.

Разнообразие характеристик звезд делает необходимым их классификацию. Она производится, с одной стороны, по светимости звезд, а с другой – по эффективной температуре. В качестве индикатора светимости можно взять абсолютную звездную величину, введенную ранее, а в качестве индикатора температуры – показатель цвета – параметр, который можно определить из наблюдений. Если свет от звезды распространяется свободно (без поглощения), то показатель цвета не зависит от расстояния до звезды и определяется ее температурой.

Производится построение диаграммы «цвет-светимость», которая не оказывается хаотичной. На ней выделяются основные классы звезд – главная последовательность, гиганты, сверхгиганты, белые карлики. Даются основные характеристики звезд каждого класса, в том числе их возраст. Отмечается положение Солнца на диаграмме «цвет-светимость». Для звезд главной последовательности строится зависимость «масса-светимость», характеризующаяся приближенной формулой  $L \sim M^N$ , где показатель  $N$  изменяется от 1 до 4 для разных участков главной последовательности.

#### **1.3.4. Движение звезд в пространстве.**

*Эффект Доплера. Лучевая скорость звезд и метод ее измерения. Тангенциальная скорость и собственное движение звезд. Апекс.*

Первая часть вопроса связана с эффектом Доплера и измерениями лучевых скоростей не только звезд, но и любых других небесных объектов. Для изучения данного материала школьники должны быть ознакомлены с понятием спектра и наличием в нем особенностей в виде линий излучения и поглощения (детально этот вопрос рассматривается в приложении к астрофизике звезд и межзвездной среды в 11 классе). Сейчас главным моментом является возможность использовать любую спектральную особенность для измерения лучевой скорости на основе эффекта Доплера, выражение для которого выводится только в нерелятивистском виде из элементарных соображений. Учащиеся должны иметь представление о точности измерения лучевых скоростей звезд в настоящее время.

Вторая часть вопроса связана с измерениями собственного движения и тангенциальной скорости звезд. Выводится формула, связывающая эти величины с параллаксом звезды. Учащиеся должны представлять порядок величины собственного движения ближайших к Солнцу звезд и точность определения их тангенциальной скорости, значительно худшей, нежели для лучевой скорости. Наличие апекса в поле собственных движений ближайших звезд позволяет определить направление пекулярной скорости Солнца относительно ближайших звезд, а данные по лучевым скоростям – и величину этой скорости. Необходимо

отличать peculiarную скорость Солнца от его орбитальной скорости вокруг центра Галактики, в которой участвуют и соседние звезды.

### **1.3.5. Двойные и переменные звезды.**

*Затменные переменные звезды. Спектрально-двойные звезды. Определение масс и размеров звезд в двойных системах. Внесолнечные планеты. Пульсирующие переменные звезды, их типы, кривые блеска. Зависимость «период-светимость» для цефеид. Долгопериодические переменные звезды. Новые звезды.*

При изучении данного вопроса школьники должны получить полную информацию о всех наблюдательных проявлениях двойственности звездных систем и методах определения орбит и масс компонент двойной системы. К этим проявлениям относятся: визуальное разрешение двойной системы в телескоп и изменение взаимного расположения звезд в паре, переменность излучения в результате взаимных затмений звезд (кривая блеска затменной переменной), двойственность спектральных линий и изменение их длин волн за счет эффекта Доплера, дающего возможность измерения лучевых скоростей звезд. В зависимости от характеристик системы и ее расположения по отношению к лучу зрения те или иные эффекты могут быть недоступны наблюдениям, тем не менее сохраняя возможность оценки масс звезд, которую учащиеся должны уметь проводить.

Аналогичные методы – изменение лучевой скорости звезды и ее собственного движения, падение блеска при прохождении темного тела перед звездой – используются для поиска внесолнечных планет и определения их характеристик, основы этих методов должны быть известны учащимся. Школьники должны представлять характеристики типичных внесолнечных планет, открытых в настоящее время, и их орбит вокруг звезд.

При рассмотрении физических переменных звезд учащиеся должны знать их основную классификацию (пульсирующие, долгопериодические, полуправильные и неправильные переменные звезды, новые звезды), иметь представление о характеристиках и физической природе переменных звезд разных типов. Ученики должны представлять положение пульсирующих звезд (цефеиды, звезды типа RR Лиры) на диаграмме «цвет-светимость», характер соотношения между периодом и абсолютной звездной величиной. Необходимо понимать крайнюю важность этого соотношения для измерения межзвездных и межгалактических расстояний, существенно больших, чем это возможно методом годичного параллакса, и для определения пространственных масштабов Вселенной.

### **1.3.6. Рассеянные и шаровые звездные скопления.**

*Возраст, физические свойства скоплений и особенности входящих в них звезд. Основные различия между рассеянными и шаровыми скоплениями. Диаграммы «цвет-светимость» для звезд скоплений. Движения звезд, входящих в скопление. Метод «группового параллакса» определения расстояния до скопления.*



В материал вопроса входит обзор наблюдательных характеристик рассеянных и шаровых звездных скоплений, вид ярчайших скоплений обоих классов на земном небе, их характерное расположение на небе и в Галактике. Обзор включает данные о характерном количестве звезд в скоплениях, их массе. Диаграммы «цвет-светимость» для рассеянных и шаровых скоплений являются самым показательным примером, иллюстрирующим разницу свойств двух классов скоплений, в первую очередь – разницу их возрастов: рассеянные скопления содержат яркие голубые звезды на верхнем крае главной последовательности (которые являются молодыми), в шаровых скоплениях эти звезды отсутствуют.

Вторая часть вопроса связана с динамикой звезд внутри звездных скоплений. Шаровые скопления отличаются от рассеянных своей гравитационной связанностью (критерий связанности должен быть известен учащимся), позволившей им сохраниться в течение очень большого времени жизни. Рассеянные скопления, обладающие существенно меньшей массой, нестойки, и мы видим только молодые скопления, которые еще не успели распасться. При этом составляющие его звезды обладают похожими пространственными скоростями, что дает возможность оценивать расстояние до рассеянных скоплений по их лучевым скоростям и собственным движениям методом «группового параллакса», который должен быть известен учащимся.

В конце обзора данного вопроса необходимо упомянуть, что главный параметр, отличающий рассеянные скопления от шаровых – это их масса, различие по возрасту – лишь следствие, которое может строго не выполняться в других галактиках, в которых наблюдаются молодые шаровые скопления.

### **1.3.7. Солнце.**

*Основные характеристики, общее представление о внутреннем строении и строении атмосферы. Характеристики Солнца как звезды, солнечная постоянная. Солнечная активность, циклы солнечной активности. Магнитные поля на Солнце. Солнечно-земные связи.*

В данном пункте подробно рассматривается строение и свойства ближайшей к нам звезды – Солнца, при этом его нужно рассматривать и в более широком контексте – строения и свойств звезд вообще.

Учащиеся должны представлять основы внутреннего строения Солнца, температурные условия в ядре и на поверхности Солнца, а также в различных слоях его атмосферы, механизмы нагрева солнечной короны и факторы, определяющие ее температуру.

Вопрос включает в себя определения фотосферы, хромосферы и короны Солнца, представление о структуре фотосферы, понятия о магнитном поле и механизме формирования солнечных пятен и их связь с солнечной активностью, периодичность солнечной активности, понятия о солнечных вспышках и солнечном ветре.

### **1.3.8. Ионизованное состояние вещества.**

*Понятие об ионизованном газе. Процессы ионизации и рекомбинации. Общее представление об ионах в атмосфере Земли и межпланетной среде. Магнитное поле Земли. Полярные сияния.*

Данный пункт посвящен представлению об ионизованном веществе, его присутствию на Солнце и в Солнечной системе. Процессы ионизации и рекомбинации демонстрируются на примере атома водорода. Исследуется вопрос об источниках ионизации вещества на Солнце и в верхних слоях земной атмосферы. Дается представление о магнитном поле Земли, его взаимодействии с солнечным ветром и возникновении полярных сияний.

### **1.3.9. Межзвездная среда.**

*Представление о распределении газа и пыли в пространстве. Плотность, температура и химический состав межзвездной среды. Межзвездное поглощение света, его зависимость от длины волны и влияние на звездные величины и цвет звезд. Газовые и диффузные туманности. Звездообразование. Межзвездное магнитное поле.*

Данный пункт требует от школьников качественного представления, где в пространстве (в частности, в нашей Галактике) расположены основные массы газа и пыли, их связи с областями звездообразования и рассеянными звездными скоплениями. Требуется также изучить вопрос о поглощении света пылью, вывести формулу зависимости звездной величины звезды от расстояния до нее с учетом поглощения, знать величину межзвездного поглощения для окрестностей Солнца и ее зависимость от длины волны (от цветовой полосы).

Пункт программы также содержит представление об основных компонентах межзвездного газа, их температуре, плотности и ионизации. Исследуется вопрос о возможности образования звезд из межзвездного газа и критерии, которым должен отвечать этот газ (критерии Джинса). Дается представление о свойствах и механизмах образования газовых и диффузных туманностей, об источниках и структуре магнитного поля в межзвездной среде.

### **1.3.10. Телескопы, разрешающая и проникающая способность.**

*Предельное угловое разрешение и проникающая способность. Размеры дифракционного изображения, ограничения со стороны земной атмосферы на разрешающую способность. Аберрации оптики. Оптические схемы современных телескопов.*

В данном вопросе исследуются факторы, ограничивающие возможности телескопов. Прежде всего, это ограничение разрешающей и проникающей способности.

Ограничение разрешающей способности происходит за счет явления дифракции света на объективе, атмосферной турбулентности и конечных размеров светочувствительных элементов приемника (глаза, фотографической эмульсии и т.д.). Учащиеся должны уметь оценивать предельное разрешение

телескопа и приемника с заданными параметрами, определяемое каждым из факторов, и правильно делать вывод, какой из факторов является решающим в том или ином случае.

Проницающая способность телескопа (предельная звездная величина) определяется параметрами телескопа, чувствительностью приемника, временем экспозиции и яркостью фона неба. Учащиеся должны уметь определять проницающую способность для визуальных наблюдений с заданным телескопом, и оценивать ее для всех типов наблюдений.

Необходимо также представлять, какие ограничения на разрешающую и проницающую способность будут вносить аберрации оптики – хроматическая, сферическая. Вопрос включает в себя используемые в настоящее время оптические схемы крупных современных зеркальных (Грегори, Кассегрена, Ричи-Кретьена) и зеркально-линзовых (Шмидта, Макустова) телескопов и основные принципы подавления аберраций в этих телескопах. В заключение обзора вопроса дается общее представление о принципах активной и адаптивной оптики.

### **1.3.11. Дополнительные вопросы.**

*Дополнительные вопросы по математике:* площадь поверхности и сферы, объем шара. Степенное и логарифмическое исчисление.

*Дополнительные вопросы по физике:* Газовые законы. Понятие температуры, тепловой энергии газа, концентрации частиц и давления. Основы понятия спектра, дифракции света.

## **§ 1.4. Методическая программа олимпиады – 11 класс.**

### **1.4.1. Основы теории приливов.**

*Приливное воздействие. Понятие о радиусе сферы Хилла, полости Роша. Точки либрации.*

Вопрос содержит элементы теории возмущенного движения, качественное знакомство с которой было проведено в 9 классе, и разбивается на две части. Первая часть – анализ гравитационного воздействия близкого тела на другое тело с конечными размерами, который целесообразно проводить на примере воздействия Луны на Землю. Вводится понятие приливного ускорения и получается его выражение в линейном приближении (малость размеров Земли по сравнению с расстоянием до Луны). Школьникам дается представление о проявлении лунных приливов на Земле. На качественном уровне описываются вековые изменения в системе Земля-Луна, вызываемые приливными взаимодействиями: уже произошедшая синхронизация осевого вращения Луны и будущая синхронизация осевого вращения Земли, наподобие системы Плутон-Харон.

Вторая часть вопроса представляет теорию движения точки в поле тяжести двух тел, обращающихся вокруг центра масс по круговым орбитам. Вводятся понятия пяти точек либрации, дается представление об их устойчивости. Учащиеся должны уметь получить выражения для положения первых трех точек либрации. Вопрос также включает в себя вывод выражения для

радиуса сферы Хилла, внутри которой тело остается спутником меньшего по массе тела (планеты, компоненты двойной звезды, спутника галактики и т.д.) в приближении малости массы этого тела по сравнению с массой большого центрального тела.

Школьники должны также иметь представление о размерах и форме полости Роша и ее приложении к вопросу о свойствах и эволюции тесных двойных систем.

#### **1.4.2. Оптические свойства атмосфер планет и межзвездной среды.**

*Рассеяние и поглощение света в атмосфере Земли, в межпланетной и межзвездной среде, зависимость поглощения от длины волны. Атмосферная рефракция, зависимость от высоты объекта, длины волны света.*

Данный пункт включает понятия рассеяния и поглощения света, определения коэффициента поглощения и оптической толщины. Учащиеся должны иметь представление об оптической толщине вертикального столба воздуха в земной атмосфере для ясного неба в зависимости от длины волны, связь этой зависимости с цветом ясного дневного неба. Аналогичные данные представляются для атмосферного аэрозоля, межпланетной и межзвездной пыли, дается представление о зодиакальном свете, темных туманностях.

Рассматривается также явление атмосферной рефракции, ее зависимость от зенитного расстояния, эмпирическая формула и область ее применения, эффекты удлинения дня и изменения формы Солнца и Луны вблизи горизонта. На основе зависимости рефракции от длины волны объясняется явление «зеленого луча».

#### **1.4.3. Законы излучения.**

*Интенсивность излучения. Понятие спектра. Излучение абсолютно черного тела. Формула Планка. Приближения Релея-Джинса и Вина, области их применения. Распределение энергии в спектрах различных астрономических объектов.*

Рассмотрение вопроса начинается с полного определения интенсивности излучения и его спектра как зависимости интенсивности на единицу длины волны (частоты) от длины волны (частоты) излучения. На базе сделанных определений постулируется (без вывода) спектральная зависимость интенсивности излучения абсолютно черного тела, выраженная функцией Планка. Устанавливается связь между функцией Планка и пройденными ранее законами Стефана-Больцмана и Вина. Из функции Планка получают приближения Релея-Джинса и Вина, обозначаются области их применения.

Дается представление о том, спектры каких астрономических объектов близки к функции Планка (это, прежде всего, звезды), а у каких они кардинально отличаются (газовые туманности, солнечная корона, свечение ночного неба и полярные сияния).

#### **1.4.4. Спектры звезд.**

*Основы спектрального анализа. Линии поглощения в спектрах звезд, спектральная классификация. Атмосферы Солнца и звезд. Фотосфера и хромосфера Солнца.*

Рассмотрение вопроса начинается с того факта, что спектры звезд хоть и близки к функции Планка, но все же отличаются от нее. Отличие заключается, прежде всего, в наличии спектральных линий поглощения – уменьшения интенсивности в некотором интервале длин волн. От учащихся требуется понимание, что каждая линия соответствует некоторому химическому элементу, атом или ион которого эффективно поглощает излучение данной длины волны. При этом соотношение интенсивности линий одного элемента характеризует температуру поверхности звезды, причем, в отличие от показателя цвета, эта оценка уже не будет зависеть от межзвездного поглощения.

Спектральный анализ позволяет разбить все звезды на спектральные классы. Учащиеся должны знать 7 основных спектральных классов звезд (знание дополнительных классов не обязательно). Спектральный класс часто откладывается вместо показателя цвета по оси абсцисс диаграммы Герцшпрунга-Рассела.

От школьников также требуется знание температуры и спектрального класса Солнца, наиболее примечательных линий в его спектре и соответствующих им химических элементов. Полезно представление о спектрах звезд других спектральных классов. Необходимо также понятие о солнечной хромосфере как нижнем слое атмосферы Солнца, знание температуры, условий наблюдения и вида спектра хромосферы, содержащим, наоборот, линии излучения.

#### **1.4.5. Спектры излучения разреженного газа.**

*Представление о спектрах солнечной короны, планетарных и диффузных туманностей, полярных сияний.*

Спектры объектов, перечисленных в формулировке пункта, содержат так называемые запрещенные линии излучения. Механизм излучения в запрещенной линии выходит за рамки описываемой программы. Школьники должны представлять только один основополагающий факт: атом может излучать в запрещенной линии, только если за характерное время излучения (порядка нескольких секунд) он не столкнется с другим атомом или электроном. Такие условия выполняются в разреженном газе, к примеру, в солнечной короне, в туманностях и в верхних слоях земной атмосферы. Запрещенные линии не могут наблюдаться в спектре плотного газа, из которого состоят звезды.

Учащиеся должны иметь общее представление об атомах и ионах, обычные и запрещенные линии которых наблюдаются в спектрах разреженной газовой среды, и о непрерывном спектре солнечной короны, образованном рассеянием солнечного излучения на свободных электронах и на частицах межпланетного пространства.

#### **1.4.6. Представление о внутреннем строении и источниках энергии Солнца и звезд.**

*Ядерные источники энергии звезд, запасы ядерной энергии. Выделение энергии при термоядерных реакциях. Образование химических элементов в недрах звезд различных типов, в сверхновых звездах (качественно).*

Рассмотрение данного пункта начинается с полного определения звезды, как устойчивого газового тела, излучающего энергию за счет реакций термоядерного синтеза. Пункт программы предусматривает общие сведения об источнике энергии звезд, которая обеспечивает нагрев звезды и препятствует ее гравитационному сжатию. Учащиеся должны знать уравнения термоядерных реакций протон-протонного цикла, основного для звезд солнечного типа, иметь представление также об углеродном цикле превращения водорода в гелий, идущем в недрах более массивных звезд главной последовательности. Знание КПД термоядерных реакций (количество выделяемой энергии на единицу массы сгорающего водорода) и доли водорода, участвующей в реакциях, позволяет оценить запас термоядерной энергии звезд.

Школьники также должны иметь представление о дальнейшем синтезе тяжелых элементов вплоть до железа в недрах массивных звезд после окончания горения водорода и последующего сжатия ядра звезды. Массивные звезды, вспыхивающие в конце своей жизни как сверхновые, выбрасывают в окружающее пространство химические элементы тяжелее железа, для синтеза которых необходимы затраты энергии.

Пункт программы включает в себя схемы внутреннего строения Солнца и звезд различного типа, механизмы переноса энергии от центра в различных слоях звезд.

#### **1.4.7. Эволюция Солнца и звезд.**

*Стадия гравитационного сжатия при образовании звезды. Время жизни звезд различной массы. Сверхновые звезды. Поздние стадии эволюции звезд: белые карлики, нейтронные звезды, черные дыры. Гравитационный радиус. Пульсары.*

Вопрос включает в себя представление о разных этапах в жизни звезды и процессах, происходящих в ее недрах в каждом из этапов.

Первый этап – стадия гравитационного сжатия при образовании звезды. Ядерные реакции в недрах еще не начались, звезда излучает за счет своего сжатия и высвобождения гравитационной энергии. Учащиеся должны уметь оценивать время гравитационного сжатия и величину энерговыделения звезды в этот период в зависимости от массы, размеров и температуры протозвездного облака.

Следующий этап, занимающий большую часть времени жизни звезды – период нахождения на главной последовательности. В недрах звезды происходит горение водорода. Зная соотношение «масса-светимость» для звезд главной последовательности и величину ядерных запасов энергии звезды, учащиеся могут оценить время жизни звезд разной массы на главной последовательности. Необходимо обратить особое внимание школьников на малое время жизни массивных звезд, что является причиной отсутствия соответствующей части

главной последовательности на диаграмме Герцшпрунга-Рассела старых шаровых скоплений и дает возможность оценивать по этой диаграмме возраст скопления.

По окончании горения водорода звезда перемещается на диаграмме Герцшпрунга-Рассела в область красных гигантов. Звезда состоит из плотного гелиевого ядра и разреженной оболочки. В зависимости от массы звезды в ядре может идти синтез более тяжелых элементов.

Поздние стадии эволюции звезды также зависят от ее массы. Звезды солнечного типа сбрасывают оболочку, оставляя плотное гелиевое ядро – белый карлик. Более массивные звезды испытывают гравитационный коллапс, взрываясь как сверхновые звезды. На месте такой звезды может остаться сверхплотная нейтронная звезда или черная дыра. Сверхновой звездой может стать и белый карлик, входящий в тесную двойную систему с перетеканием массы на плотный компонент.

Учащиеся должны представлять положение звезд разной массы в различные периоды жизни на диаграмме Герцшпрунга-Рассела, знать характерные массы и размеры белых карликов и нейтронных звезд, величину гравитационного радиуса, при сжатии до которого звездный остаток превращается в черную дыру. Кроме этого, школьникам должны быть известны наблюдательные проявления нейтронных звезд (пульсары различных типов) и черных дыр в двойных системах. Участники должны иметь представление об аккреции вещества на сверхплотные объекты как источнике энергии ярчайших рентгеновских и гамма-источников в Галактике.

#### **1.4.8. Строение и типы галактик.**

*Наша Галактика. Ближайшие галактики. Расстояние до ближайших галактик. Наблюдательные особенности галактик. Состав галактик и их физические характеристики. Вращение галактических дисков. Морфологические типы галактик. Активные ядра галактик, радиогалактики, квазары.*

Пункт включает в себя представление о типах и свойствах галактик во Вселенной. Анализ начинается с нашей Галактики, ближайших похожих на нее галактик (Туманность Андромеды, Туманность Треугольника), а также других близких галактик (например, Большое и Малое Магеллановы Облака).

На основе существующей в настоящее время системы классификации галактик исследуются галактики разных морфологических типов, отмечается их различие по массам, относительному вкладу газа и молодых звезд, динамическим характеристикам. Выделяются группы взаимодействующих галактик и галактик со спутниками.

Для галактик с наличием диска дается представление о распределении массы в диске и зависимости орбитальной скорости от расстояния до центра. Показывается наличие темного гало, оказывающего сильное влияние на вращение галактики. Дается представление о баре, механизме возникновения спиральных ветвей.

Вопрос включает в себя также общие сведения о центральных телах галактик, активных ядрах и квазарах, источниках активности ядер и их наблюдательных проявлениях в различных диапазонах спектра.

#### **1.4.9. Основы космологии.**

*Определение расстояний до галактик. Сверхновые I типа. Красное смещение в спектрах галактик. Закон Хаббла. Скопления галактик. Представление о гравитационных линзах (качественно). Крупномасштабная структура Вселенной. Реликтовое излучение и его спектр.*

Один из вопросов, освещенных в данном пункте программы – измерение расстояний до далеких галактик, в которых нельзя проводить фотометрию отдельных звезд – цефеид, являющихся основой для измерений расстояний на меньших масштабах. Эту проблему решают сверхновые звезды I типа в далеких галактиках, у которых абсолютная звездная величина в максимуме светимости связана с особенностями кривой блеска и может быть измерена.

Фундаментальный закон Хаббла, являющийся основой современной космологии, связывает скорость удаления галактики и расстояние до нее линейной зависимостью, коэффициент пропорциональности которой называется постоянной Хаббла. Учащиеся должны иметь представление, с каких расстояний начинает действовать этот закон. Вместо лучевой скорости обычно используется величина красного смещения спектральных линий за счет эффекта Доплера. Школьники должны быть ознакомлены с элементами специальной теории относительности, позволяющей связывать красное смещение и лучевую скорость как при малых скоростях (где можно пользоваться упрощенной линейной формулой), так и при скоростях, приближающихся к скорости света.

Вопрос включает в себя представление о характерных размерах и взаимных расстояниях скоплений галактик, предельные величины красных смещений, на которых в настоящее время наблюдаются галактики, сверхновые I типа и квазары, основы динамики галактик и скоплений галактик, в частности, наличие скрытой массы в скоплениях галактик. Дается представление о явлении гравитационного линзирования на далеких галактиках и о влиянии, которое оно может оказать на наблюдаемые характеристики самых удаленных объектов Вселенной.

Заключительная часть вопроса состоит в анализе свойств реликтового излучения Вселенной, его спектра и природы. Рассмотрение основ космологии можно завершить обзором моделей «открытой» и «закрытой» Вселенной, этапов эволюции Вселенной и возможных сценариев ее будущего развития.

#### **1.4.10. Приемники излучения и методы наблюдений.**

*Элементарные сведения о современных методах фотометрии и спектроскопии. Фотоумножители, ПЗС-матрицы. Использование светофильтров. Прием радиоволн. Угловое разрешение радиотелескопов и радиоинтерферометров.*

Вопрос требует от учащихся представления об общих принципах работы, преимуществах и недостатках различных приемников излучения (глаз, фотографическая эмульсия, фотоэлектронные умножители, ПЗС-матрицы), факторах, учет которых необходим при фотометрических или спектральных



исследованиях: поглощение света в атмосфере, фон ночного неба, особенности спектральной чувствительности приемников излучения и т.д.

Даются общие представления о методах астрономических наблюдений в других диапазонах электромагнитного спектра, в частности, в радиодиапазоне, сведения о методе радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ), дающем наилучшее угловое разрешение в настоящее время.

#### **1.4.11. Дополнительные вопросы.**

*Дополнительные вопросы по математике:* основы метода приближенных вычислений и разложений в ряд. Приближенные формулы для  $\cos x$ ,  $(1+x)^n$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $e^x$  в случае малых  $x$ .

*Дополнительные вопросы по физике:* Элементы специальной теории относительности. Релятивистская формула для эффекта Доплера. Гравитационное красное смещение. Связь массы и энергии. Основные свойства элементарных частиц (электрон, протон, нейтрон, фотон). Квантовые и волновые свойства света. Энергия квантов, связь с частотой и длиной волны. Давление света. Спектр атома водорода. Космические лучи. Понятие об интерференции и дифракции.

## РАЗДЕЛ 2.

# МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ И АПРОБАЦИИ КОНКУРСНЫХ ЗАДАНИЙ РАЗНОГО УРОВНЯ В КОНТЕКСТЕ СОДЕРЖАНИЯ ОЛИМПИАДЫ

### § 2.1. Сходства и различия целей олимпиад разного уровня и их заданий.

Комплект заданий, предлагаемый школьникам на том или ином этапе Всероссийской олимпиады, должен в полной мере отражать цели и задачи данного этапа, которые, в свою очередь, несколько изменяются от школьных и районных этапов к заключительному. Так, целью школьного этапа олимпиады является выделение учащихся, наиболее успешно справляющихся с той или иной общеобразовательной дисциплиной или предметом дополнительного образования. Соответственно, задачей данного этапа является, прежде всего, проверка общих знаний школьников в рамках программы предмета, их умение решать более или менее стандартные задачи – задачи категории 1. Требования к победителю школьного этапа незначительно превышают требования, соответствующие выставлению высшей оценки за успеваемость по данному предмету.

Указанные цели и задачи сохраняются и на последующих этапах олимпиады, но при этом они дополняются другими, постепенно отходя на второй план. Соответственно, доля стандартных задач, нацеленных только на проверку знаний школьника, с каждым последующим этапом уменьшается. На районном этапе астрономической олимпиады в комплект включаются также задания категории 2 – более сложные, решения которых требуют умения последовательного применения известных школьнику законов астрономии и физики с использованием математического аппарата. Целью районной олимпиады является выделение школьников, способных проходить существенно углубленную (в том числе предвузовскую) подготовку по астрономии и смежным предметам.

Целью регионального этапа Всероссийской олимпиады по астрономии является выделение школьников, способных продолжать астрономическое образование в высших учебных заведениях. Комплект этого этапа содержит не более 1-2 заданий категории 1, большая часть заданий характеризуется внутренней структурой и нацелена на широкое использование информации, полученной как в текущем учебном году, так и ранее. Наряду с выделением школьников с достаточным уровнем подготовки, производится проверка способностей учащихся к логическому и аналитическому мышлению, степени развития интуиции. Для этого в комплект регионального этапа олимпиады может быть включено одно задание категории 3, связанное с качественным анализом, приближенными оценками. При проверке подобных заданий жюри обращает первоочередное внимание не на ответ, а на обоснованность логических рассуждений, полноту и связанность изложения решения, степень учета всех влияющих на картину факторов.

Задачи категории 3 вместе с несколькими достаточно сложными заданиями категории 2 являются основой заключительного этапа Всероссийской

олимпиады по астрономии. Цель данного этапа состоит в выявлении наиболее талантливых школьников, обладающих качествами, необходимыми будущему ученому. Для выявления победителей Заключительного этапа в комплект может быть включено задание категории 4, требующее одновременно глубоких знаний, многократного применения известных законов и логического мышления. Решение подобных задач в 11 классе может также включать элементы теории оценок и приближенных вычислений. Данная категория заданий, решения которых имеют многоступенчатую (часто – разветвленную) структуру, фактически объединяет первые три категории и представляет самые сложные задачи Всероссийской олимпиады.

Задания категорий 3 и 4 являются основными в программе Российской Открытой Заочной школьной астрономической олимпиады. Целью этой олимпиады является развитие глубокого аналитического мышления школьников, умения работать с литературой. Подобная цель недостижима на очных олимпиадах, так как на них школьники зажаты в тесные временные рамки. Включение заданий категорий 1-2 в программу заочных олимпиад нецелесообразно, так как школьник может просто найти решения в печатных источниках и воспроизвести их, не вдаваясь в смысл.

В комплект заданий по каждому классу необходимо включить вопросы по астрономии как текущего класса, так и из предыдущих классов, причем в последнем случае рекомендуется предлагать задания повышенной сложности или с использованием нового пройденного материала по смежным наукам. Для формирования мировоззрения школьника набор заданий должен, по возможности, охватывать максимальный пространственный диапазон во Вселенной – от околоземной астрономии до астрономии далеких галактик. Необходимо также предлагать задания, проверяющие знания основ инструментальной базы современной астрономической науки, умение ориентироваться на звездном небе и наличие представления об условиях наблюдения тех или иных объектов в день проведения олимпиады или в какую-либо другую дату.

Общее количество заданий, предлагаемых школьнику на региональном этапе и теоретическом туре заключительного этапа, обычно составляет 6. При меньшем числе заданий или при использовании комплексных заданий по одной тематике, приравниваемых к двум или более заданиям, становится затруднительным выполнение требования максимального охвата различных вопросов астрономии. При использовании комплексного задания успешное выполнение одной его части определяет возможность решения второй части. В результате, вдвое усиливается влияние различных случайных факторов (арифметические ошибки, недостаток знаний школьника по какой-либо узкой теме) на итоговый результат на олимпиаде, что недопустимо. По этой же причине нецелесообразно вводить систему неравновесных задач, оцениваемых разным числом баллов. Максимальный балл должен быть одинаковым для всех задач одного тура вне зависимости от сложности задания.

С другой стороны, еще большее увеличение числа заданий с учетом ограниченности одного тура по времени (обычно он длится 4 часа, максимально – 5 часов) возможно только при использовании достаточно простых заданий,

граничащих с формальными тестами на знания. Подобный подход не соответствует цели Всероссийской школьной олимпиады (выявление не просто знающих, но талантливых и мыслящих учеников) и также недопустим. Необходимо отметить, что увеличение количества задач при повышении их сложности целесообразно при заочном формате олимпиады, что успешно реализуется Методической комиссией по астрономии при проведении Российской Открытой Заочной школьной астрономической олимпиады. На очных олимпиадах по астрономии предложение более 6 задач на одном туре нецелесообразно. Рекомендуемое разбиение 6 задач по категориям приведено в таблице. Допускается отклонение от указанного распределения в виде изменения категории одного задания.

Категория задания	Школьный этап	Районный этап	Региональный этап	Заключительный этап
1	5	4	2	–
2	1	2	3	3
3	–	–	1	2
4	–	–	–	1

На Заключительном этапе Всероссийской олимпиады школьников по астрономии проводится также второй (практический) тур, задания которого связаны с анализом большого количества входных цифровых или графических данных, построения различных зависимостей (графиков) и т.д. Так как каждое задание требует большего количества времени, число заданий уменьшается. Обычно на практическом туре предлагаются 2 задания, на Заключительном этапе астрономической олимпиады 2006 года школьникам было предложено 3 задания. В этом случае максимальный балл за выполнение одного задания устанавливается несколько большим, нежели на теоретическом туре, однако суммарный балл за решения всех заданий практического тура должен быть меньше, чем на теоретическом туре.

Формирование комплекта заданий регионального и заключительного этапов Всероссийской олимпиады проводится в несколько стадий. На первой стадии создается первоначальный банк, куда включаются все задания-кандидаты, предлагаемые членами Методической комиссии и другими авторами, получающими заказ от Методической комиссии на разработку заданий. Общее количество заданий-кандидатов должно превосходить число заданий этапа не менее чем в 3 раза. На второй стадии все задания-кандидаты проходят внутреннюю экспертизу в комиссии на предмет корректности, существования и обоснованности решения.

Третья стадия подготовки заключается в методическом оценивании каждого из заданий, успешно прошедших экспертизу (или доработанных по рекомендации экспертов). Каждому заданию присваивается категория (от 1 до 4) и номер вопроса в методическом списке (см. раздел 1), прохождение которого необходимо для решения задания. Очевидно, что сложные задания 2-4 категории могут охватывать различные вопросы, в этом случае устанавливается номер

самого позднего по списку вопроса, освещаемого в задании. В отдельных случаях, если ключевой или самый сложный момент решения связан с иным (не самым поздним) из освещаемых вопросов, заданию присваиваются два номера.

На четвертой стадии подготовки, основываясь на результатах методического оценивания заданий, формируются предложения по комплекту заданий этапа олимпиады для каждой из трех возрастных параллелей (классов). Данный комплект должен удовлетворять следующим требованиям:

1. Распределение заданий по категориям, соответствующее таблице, приведенной выше (на Заключительном этапе – для теоретического тура).
2. Сбалансированное распределение заданий по номерам вопросов в методическом списке – все задания должны иметь разные номера вопросов, в отдельных случаях допускается один повтор одного из номеров.
3. Для возрастных параллелей 10 и 11 классов: сбалансированное распределение заданий по классам – не менее 50% заданий (для Регионального этапа – не менее 30% заданий) должны соответствовать вопросу, освещаемому в программе текущего класса. Остальные задания могут соответствовать вопросам предыдущих (9 или 10) классов, но при этом они должны иметь высокий уровень сложности, на Заключительном этапе – желательно 3 или 4 категорию.
4. Соответствие комплекта задач времени, отводящегося школьникам на их решение.

В рамках указанных требований допускается использование некоторых заданий одновременно в нескольких возрастных параллелях. На пятой стадии подготовки задания, включенные в комплект, проходят повторную экспертизу в Методической комиссии, причем по каждому из заданий ее проводит иной член комиссии, нежели тот, кто проводил экспертизу этого задания на второй стадии подготовки. Окончательный комплект заданий Регионального и Заключительного этапов Всероссийской олимпиады утверждается на заседании Методической комиссии и подписывается ее председателем.

Указанная методика рекомендуется также и при составлении заданий для школьного и районного этапов Всероссийской олимпиады школьников по астрономии. Разница состоит в достаточности только одной экспертизы заданий, которую может произвести работник органов образования, учитель школы. Изменяется также пункт 3 требований к комплекту заданий для 10-11 классов. Так как школьный и районный этапы проводятся в середине учебного года, текущему классу должно соответствовать не более 1 задания, при этом акцент делается на первые вопросы списка для данного класса.

В последующих параграфах даются примеры олимпиадных заданий различных категорий для 9, 10 и 11 классов. Для каждого пункта олимпиадной программы (кроме дополнительных вопросов), приведенной в разделе 1 настоящего издания, предлагаются задания категорий 1, 2 и 3, для большинства пунктов приводятся также задания категории 4. Для каждого задания дается

полное решение. В соответствии с предлагаемым выше распределением заданий по категориям и пунктам текущего и предыдущих лет обучения указанные примеры дают полное представление о комплектах заданий различных этапов Всероссийской олимпиады школьников по астрономии для всех возрастных параллелей. Данная информация может быть полезна как для методических работников, проводящих олимпиады и составляющих задания, так и для учителей, ведущих занятия по астрономии со школьниками и готовящих их к олимпиадам. Большая часть заданий – примеров разработана автором данной книги О.С. Угольниковым. Авторами предлагаемых заданий также являются М.Г. Гаврилов, Н.Н. Гомулина, П.А. Денисенков, В.В. Иванов, А.В. Засов, А.В. Кривов, А.К. Муртазов, А.С. Расторгуев, В.Г. Сурдин, А.М. Татарников, Е.Н. Фадеев, В.В. Чичмарь, Н.Н. Шахворостова.

## **§ 2.2. Олимпиадные задания различных категорий – 9 класс.**

### **2.2.1. Звездное небо.**

*Задание категории 1.* Какие предметы, находящиеся на звездном небе в виде созвездий, можно использовать на различных уроках в школе?

*Решение.* На уроках математики вы неоднократно пользовались Треугольником, Циркулем.

На уроках физики вы неоднократно пользовались Весами, Часами.

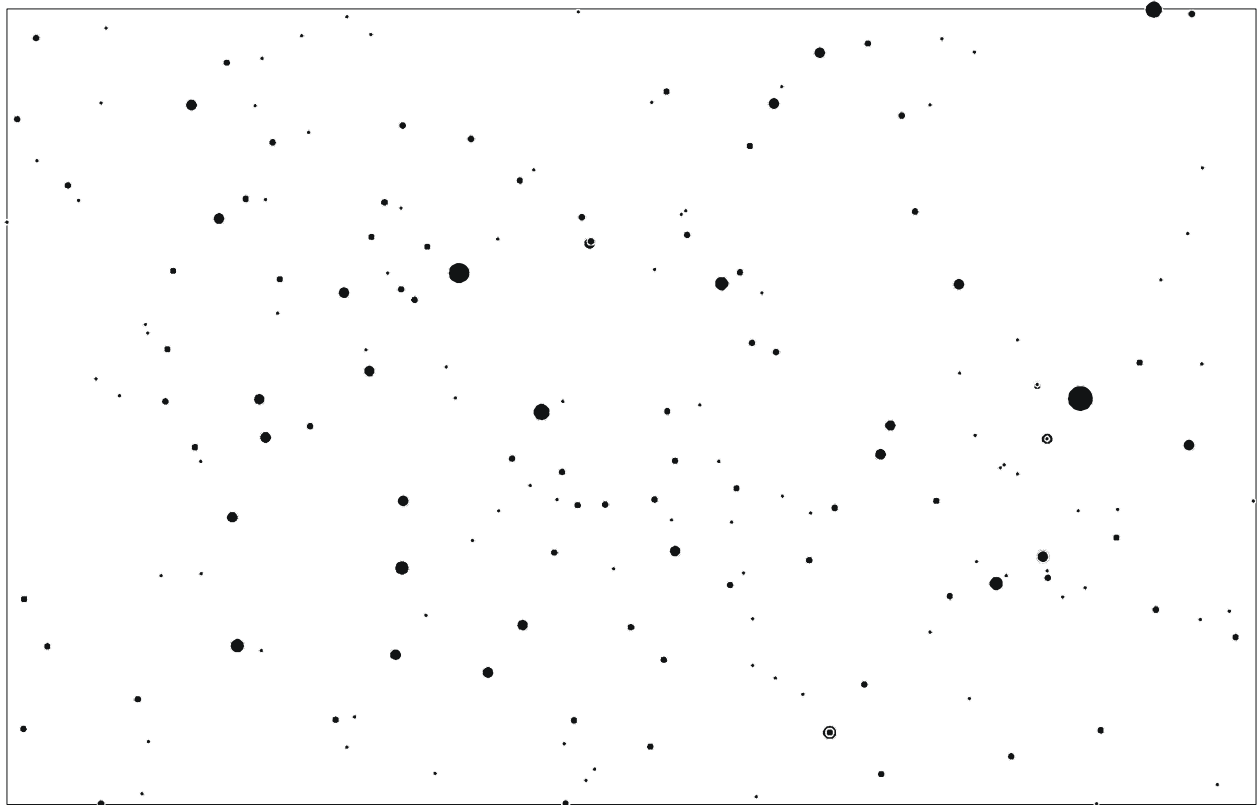
На уроках биологии вы неоднократно пользовались Микроскопом.

На уроках географии вы неоднократно пользовались Компасом.

На уроках труда вы неоднократно пользовались Насосом, Печью, Резцом, Сеткой.

И, наконец, на уроках астрономии вы вполне могли пользоваться Октантом, Секстантом, Телескопом, а также изучать имена всех 88 созвездий.

*Задание категории 2.* Какие созвездия изображены на рисунке?



*Решение.* На рисунке мы можем видеть созвездие Лебедя, имеющего вид креста, верхняя часть которого украшена яркой звездой Денеб, а справа находится созвездие Лиры с яркой звездой Вега.

*Задание категории 3.* Где будет находиться Солнце, если мы будем наблюдать его из окрестностей Сириуса – одной из ближайших к Солнцу звезд?

*Решение.* Сириус располагается ближе к нам, чем большинство других звезд, и если мы перенесемся с Земли в окрестности Сириуса, взаимное положение других звезд изменится несильно, и лишь самые близкие звезды окажутся в совершенно иных созвездиях. Солнце будет находиться в точке неба, противоположной положению Сириуса на нашем небе, то есть в восточной части созвездия Геркулеса, вблизи границы с созвездиями Орла, Стрелы и Лисички.

### **2.2.2. Небесная сфера.**

*Задание категории 1.* Звезда вошла в  $00^{\text{h}}01^{\text{m}}$  по местному времени. Сколько еще раз она пересечет горизонт в данном пункте в эти сутки?

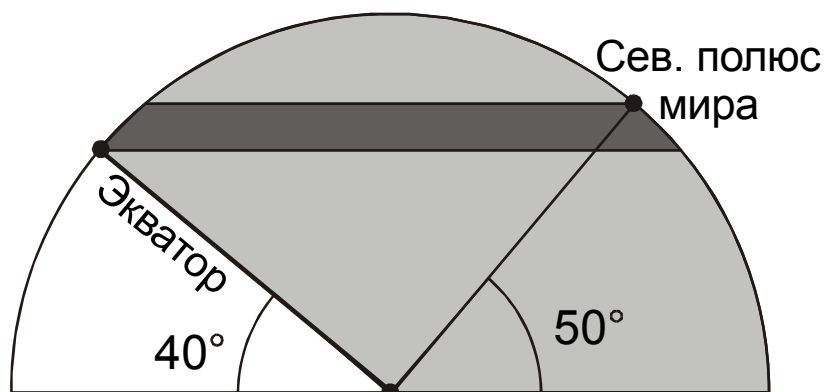
*Решение.* Звездные сутки, равные периоду вращения Земли относительно неподвижных звезд, чуть короче солнечных и равны примерно 23 часа 56 минут. Поэтому данная звезда за эти сутки успеет зайти за горизонт и вновь взойти в 23 часа 57 минут по местному времени, то есть пересечет горизонт еще дважды (если, конечно, за оставшиеся три минуты звезда не зайдет обратно за горизонт).

*Задание категории 2.* Мы находимся в северном полушарии и наблюдаем восход звезды **A** со склонением  $-8^\circ$ , и в это же время заходит звезда **B** со склонением  $+16^\circ$ . Что произойдет раньше: ближайший заход звезды **A** или восход звезды **B**?

*Решение.* В момент восхода звезды **A** в противоположной области неба заходит точка со склонением  $+8^\circ$ , которая взойдет одновременно с заходом звезды **A**. Звезда **B** заходит одновременно с данной точкой, но имея большее склонение, в северном полушарии проведет под горизонтом меньше времени, и взойдет раньше, то есть до захода звезды **A**.

*Задание категории 3.* Телескоп, установленный на широте  $50^\circ$  с.ш., имеет альт-азимутальную монтировку, на которой он может поворачиваться на  $360^\circ$  по азимуту и от  $40^\circ$  до  $50^\circ$  по высоте. Какая доля небесной сферы доступна наблюдениям с этим телескопом?

*Решение.* На рисунке показано положение небесного экватора, северного полюса мира и область, доступная телескопу (темная полоса). Несмотря на столь малый диапазон доступных высот светил над горизонтом, наблюдениям в этот телескоп, в принципе, будет доступно все северное небесное полушарие, то есть половина небесной сферы. Так, при наведении телескопа на юг ему будут доступны звезды со склонением от  $0^\circ$  до  $+10^\circ$ , на север – от  $+80^\circ$  до  $+90^\circ$ , а при движении телескопа по азимуту с юга на север мы пересечем все небесные параллели северного полушария. Соответственно, выбрав нужное время суток и сезон наблюдений, мы сможем навести телескоп на любой объект со склонением, большим  $0^\circ$ .



*Задание категории 4.* Благодаря атмосферной рефракции, составляющей у горизонта  $34'$ , небесное светило, которое должно было быть невосходящим в некотором пункте Земли, напротив, стало незаходящим за горизонт. На каких широтах Земли может произойти такое?

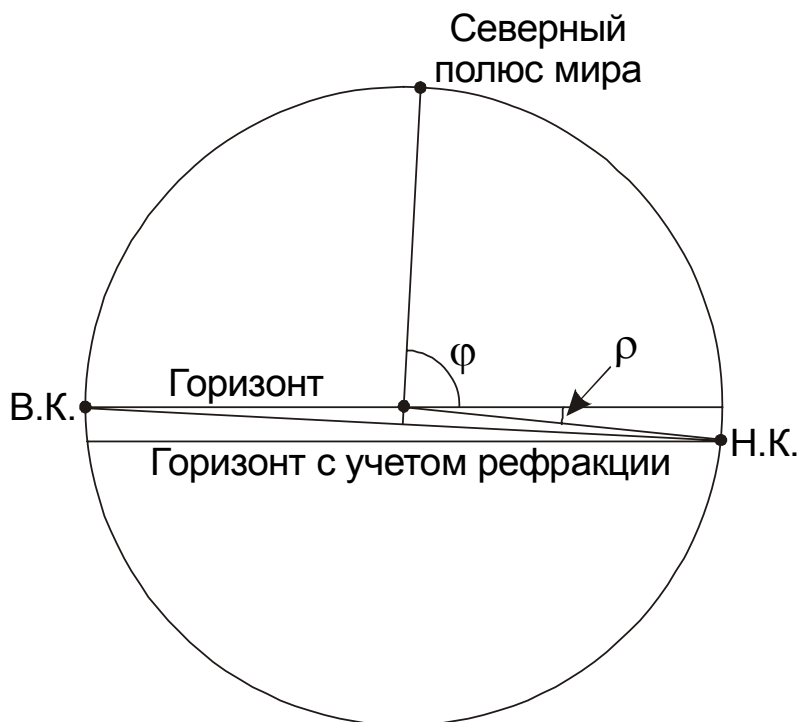
*Решение.* Такая необычная ситуация вполне может иметь место, если весь суточный путь небесного светила располагается на небольшой глубине (не более  $34'$ ) под горизонтом. Это может быть в двух случаях: или суточный путь



небесного светила имеет небольшие угловые размеры, или он располагается практически параллельно горизонту. Рассмотрим эти два случая отдельно.

Небольшие угловые размеры суточного пути светила означают, что оно находится вблизи Северного или Южного полюса мира. Раз суточный путь (имеющий вид окружности с малым радиусом) располагается вблизи горизонта, то наблюдения должны проводиться из окрестностей экватора. На самом экваторе условия задачи формально не выполняются, так как там не бывает невосходящих светил даже в отсутствие рефракции. Но вот при незначительном удалении от экватора, например, к северу, Южный полюс мира должен опуститься под горизонт, но до широты  $+0^{\circ}34'$  он будет постоянно виден над горизонтом благодаря рефракции. Светило (например, какая-нибудь слабая звезда), находящееся в этой точке неба, отвечает условию задачи. Аналогично, светило, находящееся очень близко от Северного полюса мира, окажется незаходящим вплоть до широты  $-0^{\circ}34'$ . Итак, в первом случае условие задачи выполняется в узкой полосе по обе стороны от экватора, исключая сам экватор.

Вторая ситуация – суточный путь светила практически параллелен горизонту – может наблюдаться около Северного или Южного полюса Земли. Очевидно, что сам Северный полюс удовлетворяет условию задачи, благодаря рефракции там все время над горизонтом будут находиться светила со склонением от  $0^{\circ}$  до  $-0^{\circ}34'$ . Однако, условие задачи может выполняться и на некотором удалении от полюса. Рассмотрим предельную для этого условия ситуацию – светило находится на высоте  $0^{\circ}$  в верхней кульминации и на высоте  $-0^{\circ}34'$  в нижней кульминации (см. рисунок в проекции на плоскость небесного меридиана).



Точки верхней и нижней кульминации светила равноудалены от Северного полюса мира. Обозначив широту места через  $\varphi$ , а величину рефракции через  $\rho$ , запишем равенство:

$$180^\circ - \varphi = \varphi + \rho,$$

Из этого равенства получаем значение широты  $\varphi$ :

$$\varphi = 90^\circ - (\rho/2) = 89^\circ 43'.$$

Склонение светила будет равно  $-0^\circ 17'$ . При дальнейшем удалении от полюса разность высот светила в верхней и нижней кульминации будет больше  $34'$ , и условие задачи выполняться не будет. Аналогичные рассуждения можно провести для окрестности Южного полюса Земли.

Окончательный ответ в задаче следующий: описанная в условии задачи ситуация может наблюдаться на широтах  $[-90^\circ, -89^\circ 43')$ ,  $(-0^\circ 34', 0^\circ)$ ,  $(0^\circ, +0^\circ 34')$ ,  $(+89^\circ 43', +90^\circ]$ .

### 2.2.3. Движение Земли по орбите.

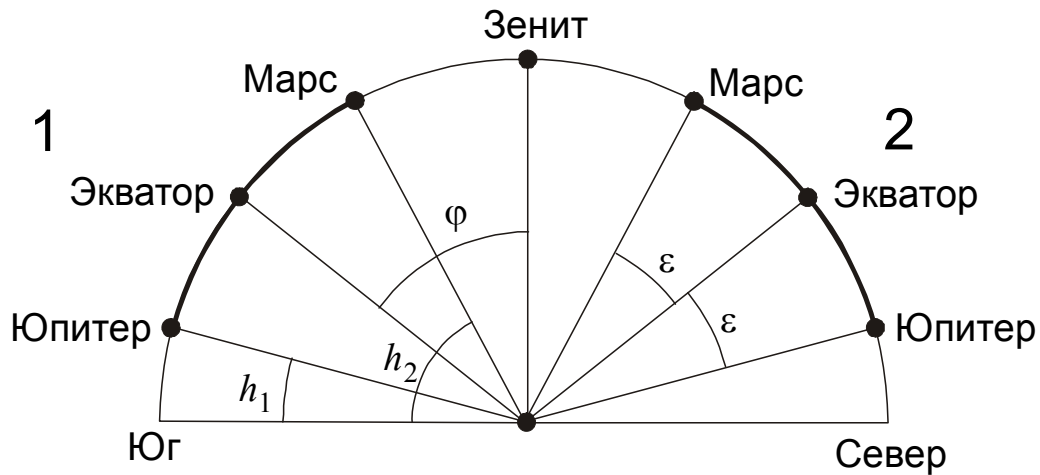
*Задание категории 1.* Как расположены относительно горизонта точки весеннего и осеннего равноденствий во время кульминаций полюсов эклиптики?

*Решение.* Северный полюс эклиптики имеет экваториальные координаты  $\alpha=18^h$ ,  $\delta=+66.5^\circ$ , координаты южного полюса эклиптики:  $\alpha=6^h$ ,  $\delta=-66.5^\circ$ . Во время верхней кульминации северного полюса эклиптики и нижней кульминации южного полюса эклиптики звездное время составляет 18 часов. Точка весеннего равноденствия, имеющая координаты  $\alpha=0^h$ ,  $\delta=0^\circ$ , в этот момент восходит в точке востока, а точка осеннего равноденствия, имеющая координаты  $\alpha=12^h$ ,  $\delta=0^\circ$ , заходит в точке запада. Во время верхней кульминации южного полюса эклиптики и нижней кульминации северного полюса эклиптики звездное время составляет 6 часов, точка весеннего равноденствия совпадает с точкой запада, точка осеннего равноденствия – с точкой востока. Эти выводы в равной степени относятся ко всем широтам на Земле, кроме точек полюсов, где понятия кульминации, звездного времени и точек запада и востока теряют смысл.

*Задание категории 2.* Любители астрономии наблюдали планеты и обнаружили, что Юпитер кульминировал в 6 часов вечера по местному времени на высоте  $15^\circ$ , а Марс – в 6 часов утра по местному времени на высоте  $62^\circ$ . В какой сезон года и на какой широте проводились наблюдения?

*Решение.* Планеты находятся на небе вблизи эклиптики, наклоненной к небесному экватору на угол  $\varepsilon$ , равный примерно  $23.5^\circ$ . Интервал, в котором может изменяться склонение (а значит, и высота в верхней кульминации в фиксированном пункте Земли) точек эклиптики, составляет  $2\varepsilon$  или  $47^\circ$ . Но именно настолько отличаются высоты Марса и Юпитера в верхней кульминации.

Это означает, что планеты находились вблизи двух противоположных точек солнцестояний, а их верхние кульминации происходили с одной стороны от зенита – либо обе на севере, либо обе на юге (см. рисунок).



Если предположить, что кульминация Марса и Юпитера происходила на юге, то дело происходило в северном полушарии Земли, при этом Юпитер находился вблизи точки зимнего солнцестояния, а Марс – около точки летнего солнцестояния. Так как эти планеты кульминировали соответственно около 18 и 6 часов по местному времени, можно сделать вывод, что наблюдения проводились вблизи дня осеннего равноденствия, 23 сентября. Широта точки наблюдения  $\varphi$  вычисляется из высот кульминаций Марса и Юпитера  $h_1$  и  $h_2$ :

$$\varphi = 90^\circ - \frac{h_1 + h_2}{2} = 51.5^\circ.$$

Для второго случая (кульминации планет на юге) с помощью аналогичных рассуждений мы можем получить, что наблюдения проводились около 21 марта на широте  $-51.5^\circ$ .

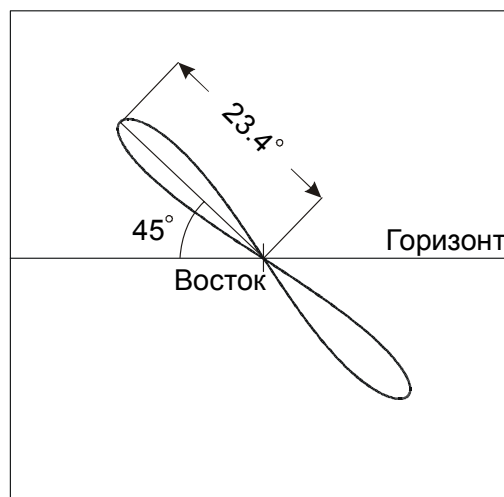
*Задание категории 3.* Две звезды имеют координаты  $\alpha = 18^h$ ,  $\delta = +5^\circ$  и  $\alpha = 6^h$ ,  $\delta = +35^\circ$ . Можно ли наблюдать первую и вторую звезду на ночном небе на Северном полярном круге на востоке? на юге? на западе? на севере?

*Решение.* Обе звезды имеют северное склонение, меньшее широты Полярного круга, а вторая из них является вообще незаходящей за горизонт на Северном Полярном круге. Поэтому первая из звезд может находиться на востоке, юге и западе, а вторая – во всех четырех направлениях. Но вспомним, что когда звездное время равно 18 часам, Солнце на Северном Полярном круге оказывается на горизонте независимо от времени года. В этот момент небо всегда будет светлым, и в этот же момент первая звезда оказывается на юге, а вторая – на севере. В итоге, первая звезда может наблюдаться на ночном небе только на востоке и западе, а вторая – на востоке, юге и западе.

*Задание категории 4.* Искусственный спутник Земли обращается вокруг нашей планеты по круговой орбите, лежащей в плоскости эклиптики. При наблюдении из Краснодара этот спутник и точка весеннего равноденствия всегда восходят над горизонтом строго одновременно. В определенные моменты времени спутник оказывается на небе точно над точкой юга. На какой высоте над горизонтом он в это время находится? Рефракцией и суточным параллаксом спутника пренебречь.

*Решение.* В любом месте Земли, кроме полюсов, точка весеннего равноденствия восходит ровно через одни звездные сутки (около 23 часов 56 минут) после предыдущего восхода. Следовательно, восходы искусственного спутника также отстоят друг от друга на одни звездные сутки. Так как мы не учитываем суточное параллактическое смещение спутника, он всегда будет находиться на эклиптике. На широте Краснодара ( $+45^\circ$ ) эклиптика не может совпадать с горизонтом и, являясь большим кругом небесной сферы, пересекает горизонт в двух противоположных точках. Одна из них – восходящая в этот момент точка весеннего равноденствия, вторая – точка осеннего равноденствия. Таким образом, в момент своего восхода искусственный спутник Земли находился в одной из этих двух точек. По прошествии одних звездных суток спутник будет восходить в той же точке неба. В противоположной точке круговой орбиты он бы не восходил, а заходил за горизонт, так как в любой момент времени над горизонтом располагается ровно половина орбиты спутника.

Очевидно, что спутник, вращаясь вокруг Земли, не может быть неподвижным относительно звезд. Рассмотрим случаи, при которых искусственный спутник Земли, один раз восходя и заходя за горизонт, возвращается в ту же точку неба по прошествии звездных суток. Это, в частности, может быть, если период обращения спутника равен звездным суткам, а направление совпадает с направлением вращения Земли. Такая орбита похожа на геостационарную, но так как спутник вращается не в плоскости экватора, а в плоскости эклиптики, на земном небе он будет описывать узкую «восьмерку» размером около  $47^\circ$ . Если при этом он окажется в точке весеннего равноденствия в момент ее восхода, то он и сам будет восходить в это же время на востоке каждые звездные сутки (см. рисунок).



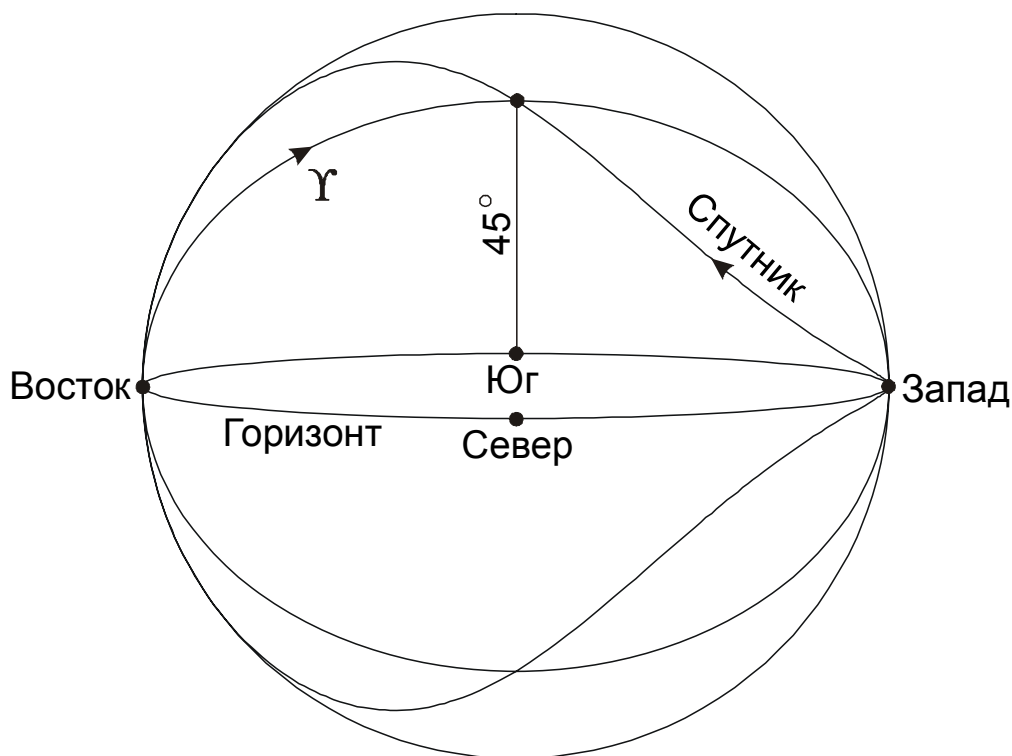
Однако данная картина противоречит условию задачи – из рисунка можно убедиться, что спутник всегда будет находиться в восточной части неба и никогда не окажется над южным горизонтом. Нам необходимо рассмотреть еще один возможный вариант, при котором спутник за одни сутки завершает оборот по небу относительно земного наблюдателя, один раз восходя и заходя за горизонт. Обозначим синодический период обращения спутника через  $S$ , сидерический (звездный) период его обращения через  $T$ , а продолжительность звездных суток через  $T_0$ . Эти три величины связаны соотношением

$$\pm \frac{1}{S} = \pm \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}.$$

Знак «+» перед величинами  $(1/S)$  и  $(1/T)$  соответствует вращению спутника относительно наблюдателя и относительно центра Земли в направлении, совпадающем с направлением вращения Земли, а знак «-» соответствует противоположному направлению. Так как величины  $S$  и  $T_0$  равны друг другу, знак «-» перед величиной  $(1/S)$  стоять не может, иначе величина  $T$  обратится в бесконечность. Так как величина  $S$  положительна, решение будет существовать только при одной комбинации знаков:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0},$$

из чего мы получаем, что сидерический период обращения спутника  $T$  равен половине звездных суток, то есть 11 часам 58 минутам. Спутник вращается в одном направлении с Землей, но с вдвое большей угловой скоростью, поэтому он, как Фобос на Марсе, будет восходить на западе и заходить на востоке. Во время своего восхода спутник будет находиться в точке *осеннего* равноденствия, которая сама при этом будет заходить за горизонт. Перемещаясь с запада на восток, спутник будет двигаться навстречу точке весеннего равноденствия, взшедшей одновременно с ним в противоположной точке неба (см. второй рисунок). Через 5 часов 59 минут после восхода спутник сделает половину сидерического оборота вокруг Земли и окажется в точке весеннего равноденствия, которая при этом будет кульминировать над южным горизонтом на высоте  $45^\circ$ .



#### 2.2.4. Измерение времени.

*Задание категории 1.* Как известно, один тропический год – это промежуток между двумя последовательными моментами весеннего равноденствия. Сколько тропических лет проходит между последовательными покрытиями Солнцем какой-нибудь далекой звезды, находящейся вблизи эклиптики?

*Решение.* Промежуток между двумя покрытиями Солнцем далекой звезды (если звезда абсолютно неподвижна, этот промежуток равен периоду обращения Земли вокруг Солнца) и тропический год – разные промежутки времени, хотя и очень близкие друг к другу. Причина разницы состоит в явлении прецессии земной оси, из-за которого точка весеннего равноденствия движется по эклиптике навстречу видимому движению Солнца, завершая один оборот примерно за 26000 лет. В результате, возвращаясь к той же звезде, Солнце совершает чуть более одного оборота относительно точки весеннего равноденствия. За этот период проходит  $1 + (1/26000)$ , то есть около 1.00004 тропического года.

*Задание категории 2.* С 1079 года по середину XIX века в Иране использовался солнечный календарь, разработанный Омаром Хайямом. В этом календаре обычный год состоял из 365 дней, а високосный – из 366, причем из каждых 33 лет 8 было високосных (3-й, 7-й, 11-й, 15-й, 20-й, 24-й, 28-й, 32-й). Сравните этот календарь с юлианским и григорианским. Какой из них более точный? Продолжительность тропического года составляет 365.24219 суток.

*Решение.* 33-летний цикл календаря Омара Хайяма состоит из 25 годов по 365 дней и 8 годов по 366 дней. Цикл юлианского календаря равен четырем годам,

три из которых делятся по 365 дней и один – 366 дней. Наконец, цикл григорианского календаря составляет 400 лет, из которых 303 года продолжаются по 365 дней и 97 лет делятся по 366 дней. Определим среднюю продолжительность одного года для каждого из этих календарей в сутках:

$$T_1 = \frac{25 \cdot 365 + 8 \cdot 366}{33} = 365.24[24],$$

$$T_2 = \frac{3 \cdot 365 + 1 \cdot 366}{4} = 365.25,$$

$$T_3 = \frac{303 \cdot 365 + 97 \cdot 366}{400} = 365.2425.$$

Истинная продолжительность тропического года составляет 365.24219 суток. Получается, что у всех трех календарей средняя продолжительность года чуть больше, чем требуется, у календаря Омара Хайяма эта разница составляет 0.00023 суток или 20 секунд, у юлианского календаря – 0.00781 суток или 11.25 минут, у григорианского – 0.00031 суток или 27 секунд. Выходит, что календарь Омара Хайяма – самый точный из всех трех, превосходя в точности григорианский календарь в 1.35 раза, а юлианский – в 34 раза.

*Задание категории 3.* Мореплаватель, странствующий по океану вдоль экватора, использовал часы с будильником, идущие по Гринвичскому времени, и через несколько дней обнаружил, что точно в момент пробуждения по звонку будильника на небе каждый раз восходила одна и та же звезда. В каком направлении и с какой скоростью двигался путешественник?

*Решение.* Как известно, звездные сутки короче средних солнечных, их продолжительность составляет около 23 часов и 56 минут. За одни солнечные сутки (период времени между звонками будильника) Земля совершает 1.00274 оборота вокруг своей оси (или 1 оборот и еще  $0.986^\circ$ ) относительно звезд, вращаясь с запада на восток. Скорости движения мореплавателя недостаточно для того, чтобы сделать за сутки один или несколько оборотов вокруг Земли, но он вполне может компенсировать эти  $0.986^\circ$ , сместившись на подобную величину на запад по долготе. Тогда по прошествии солнечных суток он окажется в том же положении относительно звезд и вновь увидит восход той же звезды по звонку будильника. Окружность Земли по экватору составляет 40074 км, и угол  $0.986^\circ$  соответствует расстоянию 109.8 км. Чтобы преодолеть это расстояние за 24 часа, нужно двигаться со скоростью около 4.6 км/ч. Мы видим, что мореплаватель особо не торопился.

*Задание категории 4.* Принято считать, что продолжительность дня на экваторе всегда одинакова и не меняется в течение года. Однако, строго говоря, это не так. Назовите причины, по которым продолжительность дня все же меняется в



течение года. Оцените, насколько меняется продолжительность дня и в какое время года она достигает максимума.

*Решение.* Определим для начала продолжительность светового дня на экваторе в моменты равноденствий, считая, что истинное Солнце совпадает со средним Солнцем (то есть, пренебрегая уравнением времени). Началом дня считается восход над горизонтом верхнего края солнечного диска, а окончанием – заход верхнего края. В оба момента истинная высота центра диска Солнца над горизонтом равна

$$h = -(R + r) = -51'.$$

Здесь  $R$  – атмосферная рефракция на горизонте, составляющая  $35'$ , а  $r$  – угловой радиус Солнца, который во время равноденствия близок к своему среднему значению, равному  $16'$ . Во время равноденствия Солнце на экваторе описывает за сутки большой круг небесной сферы, перпендикулярный горизонту и проходящий через зенит и надир. Продолжительность светлого времени суток, выраженная в часах, составит

$$T = 12\text{ч} - 24\text{ч} \cdot \frac{2h}{360^\circ} = 12\text{ч} - 12\text{ч} \cdot \frac{h}{90^\circ} = 12.11\text{ч}$$

или 12 часов 07 минут. Рассмотрим, как будет изменяться эта величина в другие периоды года. Вдали от равноденствия, когда склонение Солнца  $\delta$  отлично от нуля, оно будет также восходить и заходить перпендикулярно горизонту, но угловое перемещение за сутки уменьшится до  $360^\circ \cdot \cos\delta$ , именно эта величина должна стоять в знаменателе второго слагаемого предыдущей формулы. Во время солнцестояний продолжительность светлого времени суток увеличится на величину

$$\Delta t_1 = -12\text{ч} \cdot \frac{h}{90^\circ} \left( \frac{1}{\cos\delta} - 1 \right) = 0.61 \text{ мин.}$$

Кроме этого, угловой радиус Солнца изменяется, увеличиваясь вблизи зимнего солнцестояния на величину  $\Delta r$ , равную  $0.25'$ . После летнего солнцестояния видимый радиус Солнца уменьшается на ту же величину. Соответствующая поправка для продолжительности светового дня составит

$$\Delta t_2 = 12\text{ч} \cdot \frac{\Delta r}{90^\circ} = 0.03 \text{ мин.}$$

Во время равноденствий эти две поправки равны нулю. Наконец, необходимо вспомнить, что из-за эллиптичности земной орбиты и ее наклона к плоскости земного экватора скорость движения Солнца вдоль экватора, а значит, и продолжительность истинных солнечных суток изменяется, составляя



$$S = 24\text{ч} + \Delta\eta.$$

Здесь  $\Delta\eta$  – изменение уравнения времени за одни сутки. Соответствующая поправка к продолжительности светового дня, равного примерно половине суток, составит

$$\Delta t_3 = \frac{\Delta\eta}{2}.$$

Эта величина составляет примерно  $-0.15$  мин во время равноденствий,  $+0.10$  мин во время летнего солнцестояния и  $+0.25$  мин во время зимнего солнцестояния. Мы видим, что основными поправками являются первая и третья. Обе они достигают минимума в равноденствия и максимума – в солнцестояния, особенно большим будет максимум в зимнее солнцестояние. Зимой максимума достигает и вторая поправка. В результате, в июне продолжительность светлого времени суток на экваторе примерно на  $0.8$  минуты, а в декабре – на  $1$  минуту больше, чем в марте и сентябре.

### 2.2.5. Движение небесных тел под действием силы всемирного тяготения.

*Задание категории 1.* Среднее расстояние от Луны до Земли равно  $384400$  км, а от спутника Ио до планеты Юпитер –  $421600$  км. У какого из спутников период обращения вокруг планеты больше?

*Решение.* Луна и Ио обращаются по своим орбитам вокруг центральных тел с существенно разной массой, поэтому для решения задачи нужно воспользоваться III обобщенным законом Кеплера:

$$\frac{a^3}{T^2 M} = \text{const.}$$

Из этого закона легко получить, что так как масса Юпитера  $M$  в  $318$  раз массивнее Земли, то период обращения Ио  $T$  будет намного меньше периода обращения Луны, хотя радиус орбиты Ио  $a$  немного больше (масса спутника  $m$  намного меньше массы планеты). Ио завершает оборот вокруг Юпитера за  $1.77$  суток, а Луне на это требуется  $27.32$  дня.

*Задание категории 2.* Самолет летит на высоте  $10$  км вдоль земного экватора с запада на восток со скоростью  $800$  км/ч. Искусственный спутник Земли обращается вокруг нашей планеты по круговой орбите так, что все время находится над самолетом. Найти расстояние между спутником и самолетом.

*Решение.* Самолет движется со скоростью  $v = 800$  км/ч относительно точки на экваторе Земли, которая сама движется в ту же сторону за счет осевого вращения Земли. Скорость этого движения определяется формулой

$$v_0 = \frac{2\pi R}{T_0}$$

и составляющей 1674 км/ч. Здесь  $R$  – экваториальный радиус Земли (6378.1 км), а  $T_0$  – продолжительность звездных суток (23.933 часа). Полная скорость самолета составляет 2474 км/ч. Двигаясь с такой скоростью, самолет сделает полный оборот вокруг Земли за время

$$T = \frac{2\pi(R + h)}{v + v_0},$$

то есть за 16.22 часа. Здесь  $h$  – высота самолета над поверхностью Земли. Чтобы постоянно находиться над самолетом, искусственный спутник должен обращаться вокруг Земли в том же направлении и с тем же периодом  $T$ . Радиус орбиты спутника вычисляется из обобщенного III закона Кеплера:

$$r = \left( \frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3},$$

что составляет 32.53 тысячи километров ( $M$  – масса Земли). Расстояние между спутником и самолетом будет равно

$$d = r - h - R = 26.14 \text{ тыс. км.}$$

*Задание категории 3.* Космонавт, выйдя из корабля, летящего по круговой орбите вокруг Земли, бросил 3 камня: один вперед, по ходу движения, другой назад, а третий вбок, перпендикулярно плоскости орбиты. Корабль совершил один оборот, оказавшись в той же точке. В каком положении будут камни 1, 2, 3 относительно корабля?

*Решение.* До того, как космонавт бросил камни, они вместе с кораблем летели по круговой орбите с первой космической скоростью. После броска камень 1 получил дополнительную скорость и перешел на эллиптическую орбиту, у которой точка броска стала перигеем. Большая полуось орбиты стала немного больше, значит, по закону Кеплера период обращения тоже чуть увеличился, и по завершении оборота космического корабля камень 1 еще не закончит свой оборот и, следовательно, окажется сзади корабля. Камень 2, брошенный назад, напротив перейдет на более низкую орбиту, у которой точка броска будет апогеем, и после оборота корабля окажется спереди. Таким образом, камни 1 и 2 фактически поменяются местами.

Камень 3 получит боковое приращение скорости, что практически не скажется на большой полуоси орбиты и периоде обращения. Это единственный камень, который космонавт вполне может поймать на следующем обороте корабля, при этом прилетит он со стороны, противоположной направлению броска.

*Задание категории 4.* Для целей связи понадобился запуск искусственного спутника Земли, который находился бы максимально возможное время вблизи зенита в Москве. Какой должна быть орбита этого спутника?

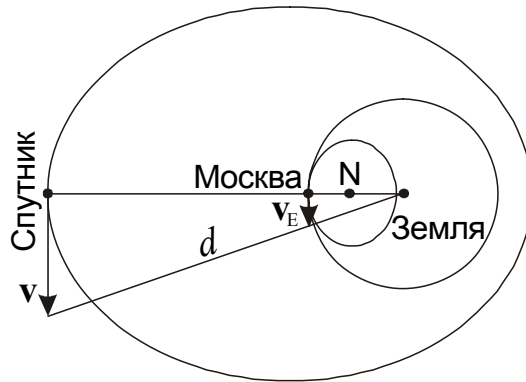
*Решение.* Как известно, искусственный спутник Земли может постоянно находиться в зените только на экваторе, если этот спутник – геостационарный. Для того чтобы спутник мог оказаться в зените на московском небе, наклонение его орбиты к плоскости экватора должно быть не меньше широты Москвы  $\varphi$  ( $+55.7^\circ$ ), а лучше – в точности совпадать с ним. В этом случае склонение спутника будет близко к данной величине в течение продолжительного времени. Чтобы спутник, оказавшись в зените в Москве, вновь попал туда в свой следующий оборот, его период  $T$  должен быть кратным звездным суткам (23ч56м). Максимальное время вблизи зенита спутник проведет в случае равенства его периода обращения и звездных суток. По обобщенному III закону Кеплера большая полуось орбиты спутника будет равна

$$a = \left( \frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3},$$

что фактически есть радиус геостационарной орбиты – 42.16 тысяч километров. Однако, вариант круговой орбиты, отличающейся от геостационарной лишь своим наклоном, не является оптимальным. Для того чтобы спутник на какое-то время практически останавливался на московском небе в зените, нужно, чтобы в этот момент его угловая скорость сравнивалась с геоцентрической угловой скоростью московских наблюдателей на вращающейся Земле (см. рисунок). Данная угловая скорость равна

$$\omega = \frac{v_E}{R} = \frac{2\pi \cos\varphi}{T},$$

что отличается от угловой скорости вращения геостационарного спутника множителем  $\cos\varphi$ . Поэтому для выполнения условия задачи спутник нужно вывести на эллиптическую орбиту с большой полуосью  $a$  и наклоном  $\varphi$ , точка апогея которой находилась бы над московской параллелью.



Теперь найдем эксцентриситет орбиты  $e$ . В точке апогея спутник находится на расстоянии  $d$  от центра Земли:

$$d = a(1 + e).$$

Из II закона Кеплера и закона сохранения энергии можно получить формулу для скорости спутника в апогее:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{1 - e}{1 + e}}.$$

Скорость в апогее направлена перпендикулярно радиусу-вектору. Угловая скорость спутника будет равна

$$\omega = \frac{v}{d} = \sqrt{\frac{GM}{a^3} \cdot \frac{1 - e}{(1 + e)^3}}$$

Приравнявая ее к угловой скорости наблюдателей в Москве, получаем

$$\frac{1 - e}{(1 + e)^3} = \cos^2 \varphi$$

Получившееся кубическое уравнение можно решить численным подбором, а можно и аналитически, воспользовавшись формулами Тартальи-Кардано. Эксцентриситет орбиты спутника равен

$$e = \sqrt[3]{\sqrt{A^2 + (A/3)^3} + A} - \sqrt[3]{\sqrt{A^2 + (A/3)^3} - A} - 1 = 0.301,$$

где сделано обозначение:

$$A = \frac{1}{\cos^2 \varphi}.$$

Расстояние спутника от центра Земли в афелии составит 54.85 тыс.км, а от Москвы, когда он находится в зените – 48.48 тыс. км.

### 2.2.6. Солнечная система.

*Задание категории 1.* Внутренняя планета **A** и внешняя планета **B** при наблюдении с Земли имеют одинаковый синодический период  $S$ . Чему равен синодический период планеты **A** при наблюдении с планеты **B**?

*Решение.* Обозначим периоды обращения Земли и планет **A** и **B** вокруг Солнца через  $T$ ,  $T_A$  и  $T_B$ . Записывая выражения для синодического периода обеих планет, получаем равенство:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_B}.$$

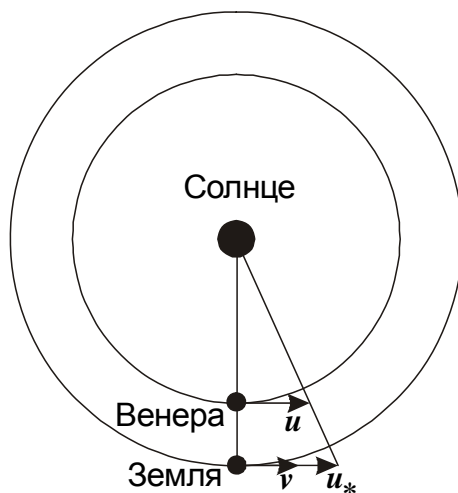
Складывая вторую и третью части равенства, получаем:

$$\frac{2}{S} = \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B},$$

из чего вытекает, что синодический период планеты **A** при наблюдении с планеты **B** составляет  $S/2$ .

*Задание категории 2.* 8 июня 2004 года произошло прохождение Венеры по диску Солнца. Насколько могли отличаться моменты первого контакта дисков Солнца и Венеры при наблюдении из разных областей Земли?

*Решение.* Венера движется по орбите со скоростью  $u=35.0$  км/с. Земля находится в 1.38 раз дальше от Солнца, чем Венера, и полутень Венеры на расстоянии Земли будет двигаться со скоростью  $u=48.4$  км/с. Но Земля сама движется по орбите в том же направлении со скоростью  $v=29.8$  км/с, и скорость полутени относительно Земли составит  $u-v=18.6$  км/с. Если прохождение Венеры по диску Солнца центральное, и край полутени будет двигаться по Земле вдоль своей нормали, то он пересечет Землю с экваториальным диаметром 12756 км за 686 секунд или за 11 минут 26 секунд. Именно настолько могут отличаться моменты контактов Венеры и Солнца в разных точках Земли. В 2004 году прохождение не было центральным, поэтому эта разница была несколько больше.



*Задание категории 3.* Во время периода вечерней видимости планета Венера дважды вступила в соединение с Марсом. Могла ли Венера оказаться в точке наибольшей восточной элонгации:

- а) до первого соединения с Марсом?
- б) между двумя соединениями с Марсом?
- в) после второго соединения с Марсом?

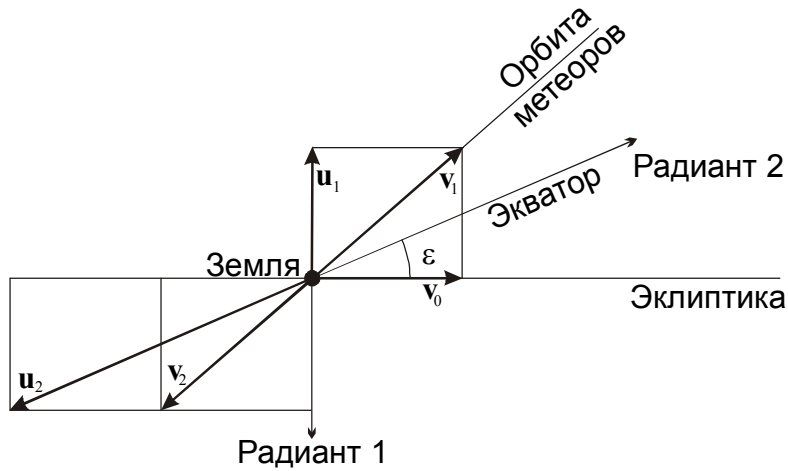
*Решение.* В течение периода вечерней видимости, от верхнего до нижнего соединения, угловая скорость движения Венеры среди звезд постепенно уменьшается. До момента наибольшей восточной элонгации она больше, чем у Солнца, после этого момента – меньше, а после прохождения точки стояния она меняет знак, становясь отрицательной. Марс, находясь недалеко от Солнца (в соединении с Венерой), движется только прямо, а угловая скорость его движения всегда меньше угловой скорости движения Солнца.

Очевидно, что два соединения Венеры с Марсом могут произойти, если в первом из этих соединений Венера обгонит Марс в своем движении среди звезд, а во втором Марс обгонит замедлившуюся или уже двигающуюся попятно Венеру (вступить во второе соединение с Марсом, обогнав его на целый круг, Венера не успеет, так как на это ей потребуется больше года). Но в этом случае второе соединение не может наступить до момента наибольшей элонгации, когда Венера движется по небу быстрее Марса. Поэтому вариант в) в условии задачи невозможен. Варианты а) и б) возможны и часто реализуются.

*Задание категории 4.* Два метеорных роя движутся вокруг Солнца в точности по одной и той же орбите, но в разных направлениях. В один момент времени оба роя встречаются друг с другом и с Землей. При этом на Земле наблюдаются два метеорных потока с радиантами, имеющими координаты  $\alpha = 6^{\text{ч}}, \delta = -66.6^{\circ}$  и  $\alpha = 18^{\text{ч}}, \delta = 0^{\circ}$ . Найти эксцентриситет орбиты метеорных роев. В какую дату наблюдались метеорные потоки? Орбиту Земли считать круговой.

*Решение.* Так как оба метеорных роя движутся по одной и той же орбите в разные стороны, в момент их встречи они будут иметь гелиоцентрические скорости, равные по величине и противоположные по направлению. Радиант метеорного

потока указывает направление, противоположное геоцентрической скорости метеоров, поэтому радианты двух потоков не оказались в противоположных точках неба.



Обозначим вектор скорости Земли через  $v_0$ , вектора гелиоцентрических скоростей метеорных потоков через  $v_1$  и  $v_2$ , а вектора их геоцентрических скоростей через  $u_1$  и  $u_2$ . Для этих векторов справедливы соотношения

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 - v_0, \\ u_2 &= v_2 - v_0 = -v_1 - v_0. \end{aligned}$$

Складывая их, получаем:

$$u_1 + u_2 = -2v_0.$$

Радиант первого метеорного потока находится в южном полюсе эклиптики, следовательно, плоскость рисунка, содержащая вектор  $u_1$ , перпендикулярна плоскости эклиптики, пересекая ее по прямой, содержащей вектор  $v_0$ . Оба вектора перпендикулярны радиусу-вектору Земли, направленному из центра Солнца, и вся картинная плоскость, в том числе и гелиоцентрические скорости метеоров, перпендикулярны линии Земля-Солнце. Следовательно, в момент встречи с Землей метеоры находились в точке перигелия или афелия своей орбиты, если эта орбита не круговая.

Точка эклиптики, в направлении которой двигалась Земля в момент встречи с метеорами – одна из двух точек пересечения большого круга эклиптики и большого круга картинной плоскости. Последний представляет собой круг склонения, охватывающий все точки неба с прямым восхождением 6ч и 18ч (в этом можно убедиться по координатам радиантов потоков). Значит, две точки пересечения больших кругов – точки солнцестояний. Из последнего векторного уравнения следует, что проекции векторов  $u_2$  и  $v_0$  на эклиптику имеют противоположные знаки (так как вектор  $u_1$  перпендикулярен эклиптике). С учетом координат второго радианта делаем вывод, что движение Земли направлено в точку солнцестояния, ближайшую к радианту второго потока – в точку зимнего солнцестояния. Такое направление скорости Земля имеет в день весеннего равноденствия – 21 марта. Остается ответить на первый вопрос задачи.

Угол между направлением на второй радиант (небесным экватором) и скоростью движения Земли  $\varepsilon$  равен  $23.4^\circ$ . Спроектировав векторное выражение для суммы скоростей  $\mathbf{u}_1$  и  $\mathbf{u}_2$  на две координатные оси, получаем:

$$\begin{aligned}u_1 &= u_2 \sin \varepsilon, \\2v_0 &= u_2 \cos \varepsilon\end{aligned}$$

и далее

$$u_1 = 2v_0 \operatorname{tg} \varepsilon.$$

Гелиоцентрическая скорость метеоров в момент встречи с Землей равна

$$v_1 = \sqrt{u_1^2 + v_0^2} = v_0 \sqrt{1 + 4 \operatorname{tg}^2 \varepsilon} = 39.4 \text{ км/с}.$$

Эта скорость превышает круговую скорость  $v_0$ , но не превосходит вторую космическую скорость. Таким образом, орбита метеоров эллиптическая, и они находятся в точке перигелия. Обозначив расстояние от Солнца до Земли через  $r$ , запишем выражение для скорости тела в перигелии:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{a} \cdot \frac{1+e}{1-e}} = \sqrt{\frac{GM}{r} (1+e)} = v_0 \sqrt{1+e}.$$

Здесь  $a$  – большая полуось орбиты метеорных тел,  $e$  – ее эксцентриситет,  $M$  – масса Солнца. В результате,

$$e = 4 \operatorname{tg}^2 \varepsilon = 0.75.$$

### 2.2.7. Система Солнце - Земля - Луна.

*Задание категории 1.*

“На небесах печальная луна  
Встречается с небесною зарею,  
Одна горит, другая холодна.  
Заря блестит невестой молодою,  
Луна пред ней, как мертвая, бледна”.

Какие небесные явления описывает А.С. Пушкин в стихотворении? В какой фазе находилась Луна?

*Решение.* В стихах описывается встреча Луны с “молодой” утренней зарей и кажущееся побледнение лунного света на фоне все более яркого утреннего неба. Утром на небе может быть видна только “старая”, убывающая Луна. Раз А.С. Пушкин говорит о “печальной луне”, а не “месяце”, вероятно, наш спутник имел фазу более 0.5, то есть находился между полнолунием и последней четвертью.

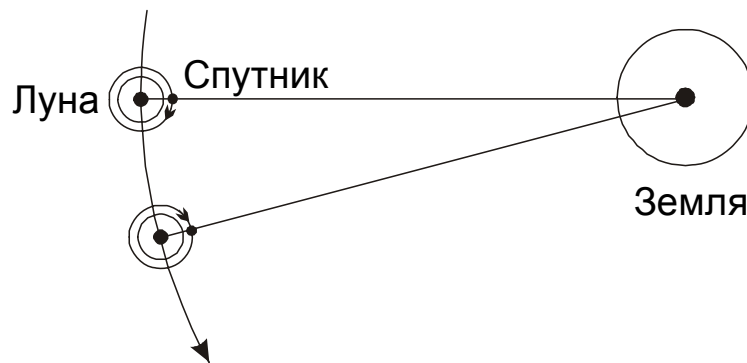


*Задание категории 2.* Определите минимальный синодический период искусственного спутника Луны (промежуток между двумя последовательными пролетами спутника перед центром лунного диска при наблюдении с Земли).

*Решение.* Вначале определим минимальный период обращения искусственного спутника Луны. Очевидно, это будет период обращения по круговой орбите с радиусом, равным радиусу Луны:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} = 6.5 \cdot 10^3 \text{ с}$$

или 1.80 часа. Минимальный синодический период  $S$  для наблюдателя на Земле (как и на Луне, повернутой к Земле одной стороной) будет достигнут в том случае, если спутник движется вокруг Луны в направлении, противоположном орбитальному (и осевому) вращению Луны (см. рисунок):



Обозначив период обращения Луны через  $T_0$  (он равен 27.32 суток), мы можем записать соотношение:

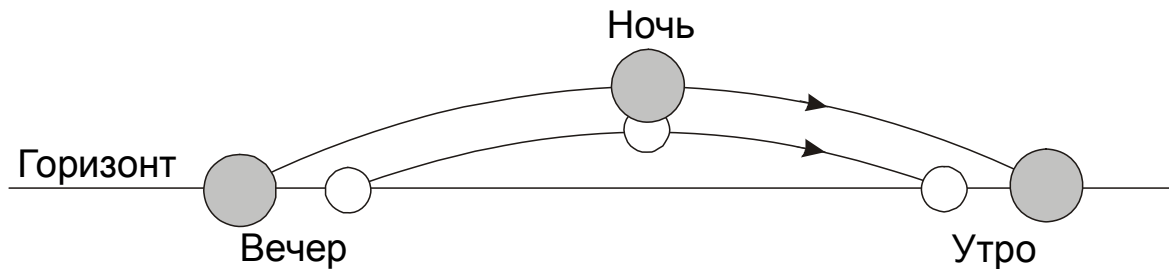
$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} + \frac{1}{T_0},$$

из которого мы получаем величину синодического периода: 1.795 часа.

*Задание категории 3.* Наблюдатель, находящийся в средней полосе России, заметил, что вечером Луна вошла одновременно с заходом Солнца, а утром она зашла одновременно с восходом дневного светила. В середине ночи произошло полутеневое лунное затмение. Какой край диска Луны глубже всего погрузился в земную полутень?

*Решение.* Наш естественный спутник, Луна, достаточно быстро движется по орбите вокруг Земли с запада на восток, навстречу суточному движению неба. Поэтому видимое перемещение Луны по небу происходит с несколько меньшей скоростью, чем движение других объектов, в том числе земной тени и полутени. Восходя вечером за несколько часов до затмения, Луна находилась западнее

полутени, однако не вошла раньше нее. Следовательно, раз дело происходило в северном полушарии, Луна имела меньшее склонение, нежели центр полутени. Аналогично, утром, после затмения, Луна находилась восточнее полутени, но зашла вместе с ней, значит, ее склонение было также меньше.

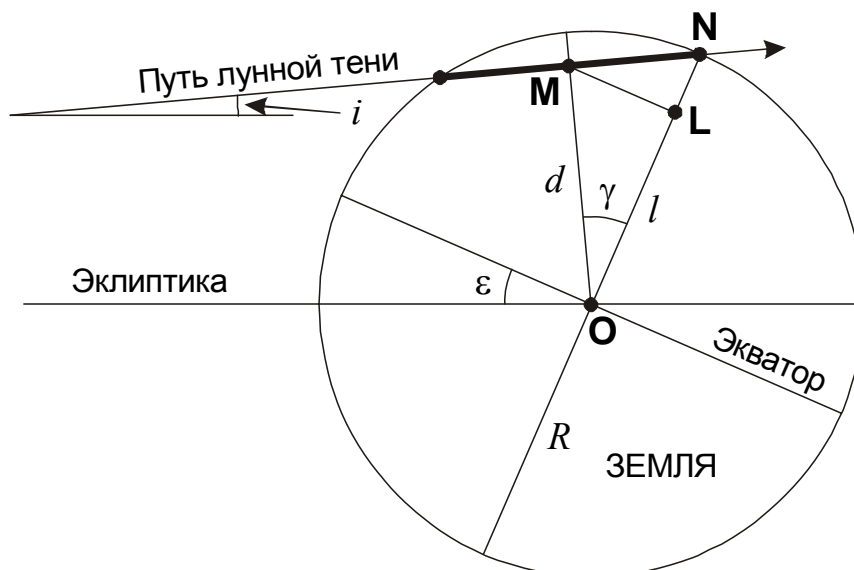


В этом же можно убедиться из рисунка. Земная полутень и Луна находились на небе одинаковое количество времени, но видимая угловая скорость Луны меньше, чем у полутени. Следовательно, длина ее видимого пути от восхода до захода меньше, и Луна находилась южнее полутени. А это в свою очередь означает, что во время затмения в середине ночи Луна глубже всего погрузилась в полутень своим северным краем.

Ситуация, близкая к описанной в условии задачи, имела место в центральных районах России во время частного полутеневого лунного затмения в ночь с 24 на 25 июня 2002 года.

**Задание категории 4.** Полное солнечное затмение наблюдается в день весеннего равноденствия. В полосу видимости полной фазы попадает северный полюс Земли. На какой широте на Земле удастся увидеть центральное затмение на максимальной высоте над горизонтом? Чему будет равна эта высота? Луна в день затмения находится вблизи восходящего узла своей орбиты.

**Решение.** Изобразим Землю и путь лунной тени по ней при наблюдении со стороны Солнца.



В день весеннего равноденствия земной экватор в этой проекции будет выглядеть как отрезок, наклоненный к плоскости эклиптики на угол  $\varepsilon$ , равный  $23.4^\circ$ , как показано на рисунке. Система Земля-Луна движется как единое целое на этом рисунке влево вдоль эклиптики, но для решения данной задачи это движение не имеет значения. Нас будет интересовать движение Луны и центра ее тени относительно Земли, направленное вправо и показанное на рисунке стрелкой. В том, что направление движения именно такое, можно убедиться, вспомнив, что Луна обращается вокруг Земли против часовой стрелки, если смотреть с северной стороны. Однако, по условию задачи, Луна находится вблизи восходящего узла своей орбиты, поэтому она, как и центр тени, движется не параллельно эклиптике, а под углом  $i$  к ней. Угол  $i$  есть ни что иное, как наклон орбиты Луны к эклиптике, равный  $5.2^\circ$ .

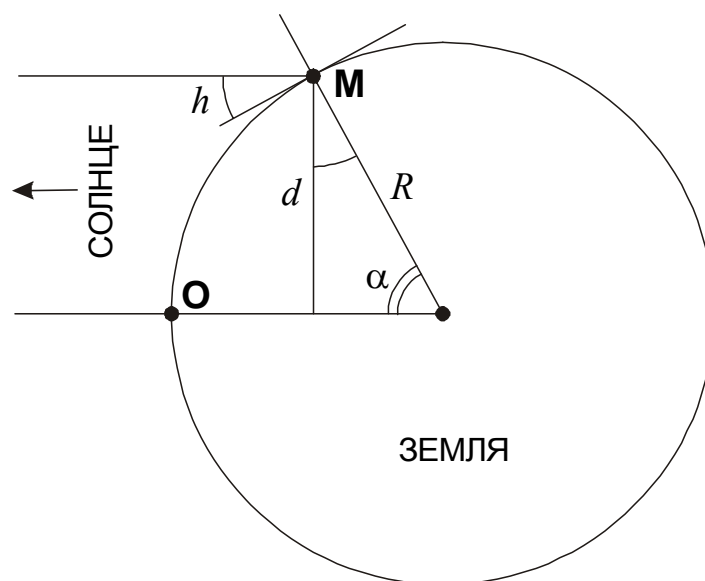
В условии задачи также сказано, что в полосу видимости полной фазы затмения попал северный полюс Земли (точка **N** на рисунке). Угол  $\gamma$ , равный наклону пути центра тени к плоскости земного экватора, как видно из рисунка, равен

$$\gamma = \varepsilon + i = 28.6^\circ.$$

Центральное солнечное затмение на максимальной высоте над горизонтом будет видно в точке **M**, ближайшей на пути тени к точке **O**, где Солнце располагается в зените. Длина проекции отрезка **MO** на картинную плоскость будет равна

$$d = R \cos \gamma,$$

где  $R$  – радиус Земли. Чтобы определить высоту Солнца в точке **M**, обратимся к другому рисунку, сделанному в боковой проекции относительно направления Солнце-Земля.



Искомая высота Солнца  $h$ , как видно из геометрических соображений, составит

$$h = \arccos \frac{d}{R} = \gamma = 28.6^\circ.$$

Найдем теперь широту точки **М**. Проведем на первом рисунке из этой точки линию, параллельную экватору (фактически это будет проекция географической параллели на картинную плоскость). Эта линия пересечет проекцию отрезка **ON** (меридиана) в некоторой точке **L**, широта которой будет такой же, как и у точки **М**. Найдем длину проекции отрезка **OL** на картинную плоскость:

$$l = d \cos \gamma = R \cos^2 \gamma.$$

Из этого расстояния можно получить значение широты места аналогично тому, как вычислялась высота Солнца над горизонтом, с тем исключением, что широта  $\varphi$  аналогична углу  $\alpha$  на последнем рисунке. Ее значение равно

$$\varphi = \arcsin \frac{l}{R} = \arcsin (\cos^2 \gamma) = 50.4^\circ.$$

Стоит отметить, что получившаяся высота наблюдения наибольшей фазы затмения ( $28.6^\circ$ ) не равна высоте Солнца в верхней кульминации на широте  $50.4^\circ$ . Это объясняется тем, что полное затмение будет видно в точке **М** не в полдень, а несколько раньше. Вращение Земли вокруг своей оси влияет только на долготу точки **М**, не изменяя ответы на задачу.

### 2.2.8. Оптические приборы.

*Задание категории 1.* Как изменится на фотографии вид полной Луны, если закрыть правую половину объектива телескопа?

*Решение.* Половина объектива строит изображение так же, как и целый объектив, но собирает вдвое меньше света. Поэтому изображение Луны не изменится, а лишь станет вдвое менее ярким.

*Задание категории 2.* Фокусное расстояние объектива телескопа составляет 2 метра. Определить оптическую силу окуляра, при наблюдении в который Юпитер в противостоянии будет виден под таким же углом, как Луна невооруженным глазом.

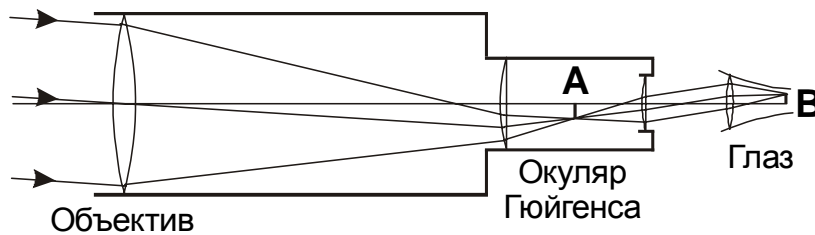
*Решение.* Определим соотношение видимых радиусов Луны и Юпитера в противостоянии:

$$\frac{r_L}{r_J} = \frac{R_L/D_L}{R_J/D_J} = \frac{R_L D_J}{R_J D_L} = 40.$$

Здесь  $R_L$  и  $R_J$  – радиусы Луны и Юпитера, а  $D_L$  и  $D_J$  – расстояния до них. В противостоянии Юпитер находится в 4.2 а.е. от Земли. Для выполнения условия задачи увеличение телескопа должно составлять 40, а фокусное расстояние окуляра должно быть в 40 раз меньше фокусного расстояния объектива, то есть 5 см или 0.05 метра. Оптическая сила линзы есть величина, обратная фокусному расстоянию, выраженному в метрах. Следовательно, оптическая сила окуляра составляет 20 диоптрий.

*Задание категории 3.* Сколько раз переворачивается в трехмерном пространстве картинка небесного объекта при визуальных наблюдениях в телескоп-рефрактор с окуляром Гюйгенса?

*Решение.* Схема построения изображения объекта показана на рисунке. Окуляр Гюйгенса состоит из двух положительных линз, первая из которых находится перед фокальной плоскостью объектива и служит для уменьшения геометрического размера поля зрения и, как следствие, уменьшения искажений на его краю. В фокусе, находящемся между линзами окуляра, строится перевернутое изображение небесного объекта **A**. Из окуляра лучи света попадают в глаз наблюдателя, который собирает их на сетчатке, строя второе изображение объекта **B**. Оно будет перевернутым по отношению к изображению **A**, то есть во всей оптической схеме изображение перевернется дважды и станет прямым.



Однако мы будем видеть это изображение все же как перевернутое. Третий раз изображение перевернет уже не оптическая схема в пространстве, а наш мозг при его обработке. Если бы он этого не делал, то в нашей повседневной жизни мы бы видели все предметы вокруг перевернутыми.

### 2.2.9. Шкала звездных величин.

*Задание категории 1.* Одна двойная звезда состоит из двух звезд  $2^m$ , а другая – из одной звезды  $1^m$  и одной звезды  $3^m$ . Какая из этих пар ярче?

*Решение.* Для решения достаточно вспомнить, что шкала звездных величин – логарифмическая, и разница в одну звездную величину означает, что одна звезда ярче другой в  $K$  раз. Величина  $K$  равна примерно 2.512, хотя для решения это уже не принципиально. Если обозначить яркость звезды  $3^m$  за единицу, то яркость первой двойной будет равна  $2K$ , а второй –  $(K^2+1)$ . Очевидно, для любого значения  $K$ , превышающего единицу, второе выражение больше.

*Задание категории 2.* Марс в противостоянии (видимый угловой диаметр 25") имел звездную величину  $-2.7^m$ . Луна в полнолунии имеет звездную величину  $-12.7^m$ . Во сколько раз различаются выдержки, необходимые для получения нормального изображения Луны и Марса, при их фотографировании с объективом с фокусным расстоянием 11.4 метра? Как будет меняться отношение требуемых выдержек при уменьшении фокусного расстояния?

*Решение.* Размер изображения Марса будет примерно в 70 раз меньше изображения Луны. Он светит на  $10^m$  слабее Луны, и поток излучения от него будет в 10000 раз меньше лунного. Соответственно, освещенность, создаваемая Марсом на фотопленке, будет примерно в 2 раза меньше. Если пренебречь отклонением от закона взаимозаменяемости для фотоэмульсии, то экспозиция для фотографирования Марса потребует в 2 раза большая, чем для Луны. С уменьшением фокусного расстояния Луна еще долго будет оставаться протяженным объектом, и необходимая выдержка будет уменьшаться как квадрат фокусного расстояния, а Марс быстро станет точечным источником, и дальнейшее уменьшение фокусного расстояния не будет вызывать изменения необходимой экспозиции.

*Задание категории 3.* Вычислите размер плоского зеркала, которое нужно установить на Луне, чтобы отраженный им солнечный свет наблюдался как звезда  $3^m$ . Видимую звездную величину Солнца считать равной  $-27^m$ , коэффициент отражения зеркала 100%.

*Решение.* По условию задачи, отраженный от зеркала солнечный свет на 30 звездных величин, или в  $10^{12}$  раз слабее самого Солнца. Так как расстояние до Луны много меньше расстояния до Солнца, то полученное соотношение означает, что «солнечный зайчик» на поверхности Луны будет иметь в  $10^{12}$  раз меньшие угловые размеры, чем Солнце. Следовательно, видимый диаметр зеркала составляет  $10^{-6}$  от видимого диаметра Солнца или  $9 \cdot 10^{-9}$  радиан. Умножая данную величину на расстояние до Луны, получаем диаметр зеркала: около 3.5 метра.

### **2.2.10. Электромагнитные волны.**

*Задание категории 1.* В один и тот же день были зарегистрированы следующие события (время – всемирное):

1. Событие **A** – землетрясение в Японии в 12ч 02м;
2. Событие **B** – образование пятна на Солнце в 12ч 10м;
3. Событие **C** – вспышка на Солнце в 12ч 12м.

Что можно сказать о последовательности этих событий во времени?

*Решение.* Расстояние от Солнца до Земли составляет около 149.6 млн км, а свет распространяется со скоростью 300000 км/с, проходя данное расстояние за 8 минут 19 секунд. Поэтому все события на Солнце происходят на 8 с лишним минут раньше, чем мы их регистрируем. Поэтому из трех событий первым

произошло событие **В** (чуть ранее 12ч 02м), затем событие **А** (12ч 02м) и, наконец, событие **С** (незадолго до 12ч 04м).

*Задание категории 2.* Радиоастроном заметил, что периодический сигнал от источника, за которым он регулярно следит, 1 апреля и 1 октября приходит на 8 минут и 20 секунд позже, чем 1 июля. В какой созвездии находится радиоисточник периодического сигнала?

*Решение.* 8 минут и 20 секунд – это тот промежуток времени, за который свет проходит расстояние от Солнца до Земли. Следовательно, 1 июля источник располагается ровно на 1 а.е. ближе к Земле, чем 1 апреля и 1 октября. Это может быть только в том случае, если источник находится в плоскости эклиптики и 1 июля располагается в противостоянии с Солнцем. Значит, он находится в созвездии Стрельца.

*Задание категории 3.* Как известно, в далеком инфракрасном диапазоне спектра планеты Солнечной системы и их спутники сами могут излучать энергию. Когда Луна бывает ярче в инфракрасных лучах – в первой или последней четверти?

*Решение.* Яркость собственного излучения небесного тела в инфракрасных лучах сильно зависит от его температуры. Когда Луна находится в первой четверти, на ее видимом полушарии утро, и Солнце только восходит или недавно вошло над горизонтом. В это время ее поверхность в среднем холоднее, чем во время последней четверти, когда на видимом полушарии вечер. Кроме этого, во время последней четверти Солнце освещает более темные области видимого полушария Луны (океан Бурь и окрестные моря), которые от этого сильнее нагреваются. В результате, Луна в последней четверти в инфракрасных лучах ярче, чем в первой четверти.

### **2.2.11. Общие представления о структуре Вселенной.**

*Задание категории 1.* Как вы думаете, чего больше – звезд в Галактике или комаров на Земле?

*Решение.* Наша Галактика насчитывает около  $10^{11}$  звезд, то есть на каждого человека на Земле приходится около 10 звезд в Галактике. А сколько комаров приходится на одного человека на Земле? Для ответа на этот вопрос вам достаточно зайти теплым летним вечером в лес. Уже нескольких минут вам будет достаточно, чтобы убедиться, что их явно больше 10, и тем самым решить данную задачу.

*Задание категории 2.* Из вещества Земли сделали проволоку длиной от Земли до а) Солнца; б)  $\alpha$  Центавра; в) туманности Андромеды. Оцените диаметры этих проволок.

*Решение.* Приравняем объемы земного шара радиусом  $R$  и проволоки диаметром  $d$  и длиной  $l$ :

$$\frac{4\pi}{3}R^3 = \frac{\pi}{4}d^2l.$$

Из этого уравнения получаем выражение для диаметра проволоки:

$$d = \sqrt{\frac{16R^3}{3l}}.$$

Расстояния до Солнца,  $\alpha$  Центавра и туманности Андромеды составляют  $1.5 \cdot 10^{11}$  м,  $4 \cdot 10^{16}$  м и  $2 \cdot 10^{22}$  м. Подставляя эти величины в полученную формулу, получаем соответствующие диаметры проволоки: 100 км, 200 м и 0.25 м.

*Задание категории 3.* Почему ночью темно?

*Решение.* Казалось бы, вопрос достаточно очевидный. Однако, если предположить что вся Вселенная равномерно заполнена одинаковыми звездами, то мы можем прийти к совершенно противоположному выводу. Возьмем тонкий сферический слой радиусом  $R$  и толщиной  $\Delta R$ . Количество звезд в этом слое будет равно

$$N = 4\pi R^2 \Delta R n.$$

Здесь  $n$  – концентрация звезд. Световая энергия, падающая от половины этого слоя на один квадратный метр на поверхности Земли, составит

$$\Delta E = \frac{N}{2} \cdot \frac{L}{4\pi R^2} = \frac{Ln\Delta R}{2}.$$

Здесь  $L$  – энерговыделение одной звезды. Полученная величина не зависит от расстояния  $R$ , и складывая энергию от всех слоев во Вселенной, мы получаем бесконечность. Выходит, даже ночью должно быть очень светло?

Решение этой проблемы (ее называют парадоксом Ольберса) состоит в конечности и расширении Вселенной. Свой вклад делает также и поглощение света во Вселенной, без которого фон ночного неба в видимом спектральном диапазоне был бы хоть и не бесконечным, но значительно более ярким, чем это есть на самом деле.

### 2.2.12. Измерения расстояний в астрономии.

*Задание категории 1.* Параллакс Солнца  $8.80''$ , а параллакс звезды  $0.44''$ . В сколько раз эта звезда дальше Солнца?



*Решение.* С первого взгляда может показаться, что раз параллакс Солнца больше параллакса звезды в 20 раз, то звезда располагается в 20 раз дальше Солнца. Но это, конечно, не так. Для Солнца дано значение экваториального горизонтального параллакса, базисом которого служит экваториальный радиус Земли. Базис годового параллакса, данного для звезды, есть радиус земной орбиты, в 23450 раз больше. Поэтому звезда отстоит от нас в 469000 раз дальше Солнца.

*Задание категории 2.* В созвездии Ориона, на расстоянии 120 световых лет от нас, земные астрономы обнаружили звезду, по всем параметрам аналогичную Солнцу. Цивилизация «зеленых человечков», живущая на одной из планет, обращающихся вокруг той звезды, также заинтересовалась нашим Солнцем. Измерения параллакса Солнца, произведенные астрономами той цивилизации (согласно их классическим правилам измерения параллакса), дали результат  $0.039''$ . Найти продолжительность года у зеленых человечков.

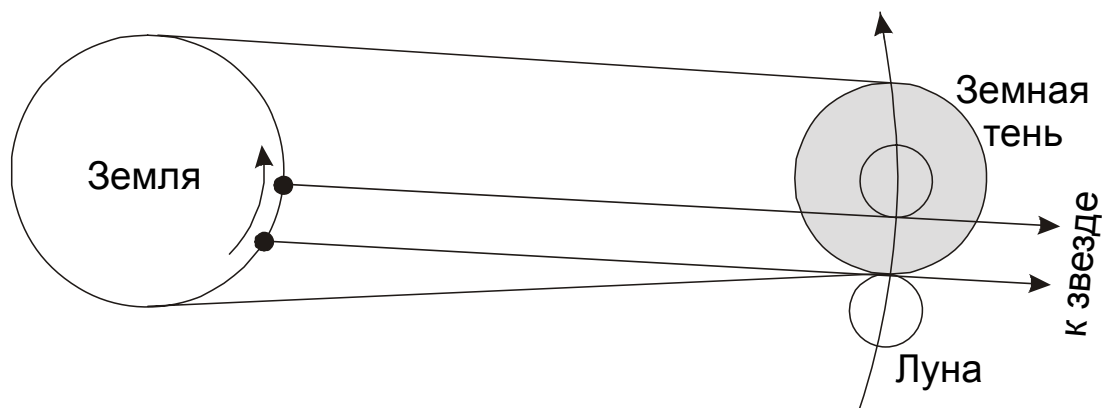
*Решение.* Параллакс Солнца, измеренный далекой цивилизацией, есть ни что иное, как угловой размер радиуса орбиты планеты, где обитают «зеленые человечки», видимый с Солнца. Расстояние до далекой цивилизации составляет 120 световых лет или 36.8 пк. Если бы радиус орбиты планеты был равен 1 а.е., он был бы виден под углом  $(1/36.8)=0.027''$ . На самом деле, он в 1.44 раза больше, что сразу дает нам значение радиуса орбиты планеты в астрономических единицах. Так как центральная звезда, по условию задачи, является копией нашего Солнца, период обращения планеты можно определить из упрощенного вида III закона Кеплера. Выраженный в годах, он составит  $(1.44)^{3/2}=1.72$ .

*Задание категории 3.* «Предположим, сегодня произойдет полное лунное затмение с большой фазой, во время которого Луна пройдет через центр земной тени. За считанные секунды до начала частного теневого затмения произойдет покрытие Луной некоторой звезды. Покрытие будет также центральным, то есть через какое-то время звезда пройдет за центром видимого диска Луны. Очевидно, что покрытие звезды произойдет у восточного лимба Луны, который в это же время ближе всего подойдет к западному краю земной тени. Земная тень на небесной сфере представляет собой диск, размеры которого в течение затмения практически не изменяются, а центр находится в точке, противоположной Солнцу, и медленно движется относительно звезд с запада на восток. Следовательно, в течение покрытия западный край земной тени будет постепенно удаляться от звезды, и ее выход из-за диска Луны в нашем наблюдательном пункте произойдет до начала полного затмения и будет наблюдаться у того края диска Луны, который еще не погрузится в тень Земли».

Справедлив ли вывод автора, и если нет, то где кроется ошибка в его рассуждениях?

*Решение.* В том, что автор не прав, можно убедиться хотя бы потому, что центральные покрытия звезд Луной в тропической зоне Земли могут длиться почти 2 часа, а при центральном затмении Луна за час полностью погружается в

тень Земли. А ошибка автора заключается в следующем: при наблюдении с поверхности нашей планеты центр земной тени не будет совпадать с антисолнечной точкой. Как и любое физическое тело, расположенное близко от Земли (на расстоянии Луны), тень будет испытывать параллактическое смещение с амплитудой до 1 градуса и периодом в одни солнечные сутки. В своем движении по небу центр тени вблизи полуночи будет совершать попятное движение, похожее на движение планет вблизи противостояния. И в течение частной фазы затмения тень вполне может «наползти» на звезду, у которой параллактического смещения нет (см. рисунок). Это никак не скажется на самой звезде, но существенно скажется на виде края диска Луны, из-за которого эта звезда появится.



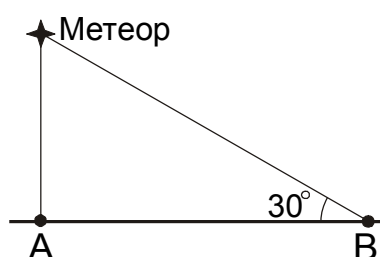
## § 2.3. Олимпиадные задания различных категорий – 10 класс.

### 2.3.1. Шкала звездных величин.

*Задание категории 1.* В пункте **A** в зените наблюдается метеор, имеющий блеск  $0^m$ . В пункте **B** этот же метеор был виден на высоте  $30^\circ$  над горизонтом. Какой блеск был у него в этом пункте? Поглощением света в атмосфере пренебречь.

*Решение.* Явления метеоров происходят на высотах порядка 100 км. Это значительно меньше радиуса Земли, и для решения задачи мы можем забыть о сферичности нашей планеты и считать ее плоской. Из рисунка видно, что расстояние от метеора до точки **B**, где он был виден на высоте  $30^\circ$ , в  $(1/\sin 30^\circ) = 2$  раза больше, чем из точки **A**, находящейся прямо под метеором. Следовательно, его блеск в точке **B** без учета атмосферного поглощения составил

$$m = 0 + 5 \lg 2 = 1.5.$$

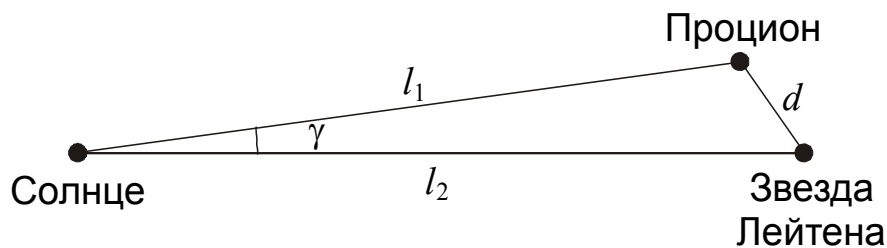


*Задание категории 2.* Предположим, космический корабль долетел до окрестностей звезды Лейтена. Какую видимую звездную величину будет иметь Процион? С каким объектом земного неба его можно будет сравнить? Можно ли увидеть невооруженным глазом звезду Лейтена из окрестностей Проциона?

При наблюдении с Земли:	Процион	Звезда Лейтена
Прямое восхождение	7 <sup>h</sup> 39 <sup>m</sup> 18 <sup>s</sup>	7 <sup>h</sup> 27 <sup>m</sup> 24 <sup>s</sup>
Склонение	+5°13'30"	+5°13'33"
Параллакс	0.286"	0.263"
Видимая звездная величина	+0.40	+9.84

*Решение.* Определим угловое расстояние между Проционом и звездой Лейтена на земном небе. Склонения этих звезд  $\delta$  практически неотличимы друг от друга, и данное угловое расстояние определяется разницей прямых восхождений  $\Delta\alpha$ :

$$\gamma = \Delta\alpha \cdot \cos\delta = 2.962^\circ.$$



Из треугольника, изображенного на рисунке, можно определить расстояние между Проционом и звездой Лейтена в пространстве:

$$d = (l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos\gamma)^{1/2} = \left(\frac{1}{\pi_1^2} + \frac{1}{\pi_2^2} - \frac{2 \cos\gamma}{\pi_1\pi_2}\right)^{1/2}.$$

Здесь  $l_1$  и  $l_2$  – расстояния от Солнца до Проциона и звезды Лейтена, выраженные в парсеках,  $\pi_1$  и  $\pi_2$  – параллаксы Проциона и звезды Лейтена. Подставляя численные значения, получаем величину  $d$ : 0.36 пк. Зная звездные величины обеих звезд из окрестностей Земли  $m_1$  и  $m_2$ , получаем их величины при наблюдении с расстояния  $d$ , то есть из окрестностей друг друга:

$$m_{12} = m_1 + 5 \lg \frac{d}{l_1} = m_1 + 5 \lg (d \pi_1) = -4.5,$$

$$m_{21} = m_2 + 5 \lg \frac{d}{l_2} = m_2 + 5 \lg (d \pi_2) = +4.7.$$

Выходит, что Процион из окрестностей звезды Лейтена выглядит как Венера на земном небе, а звезда Лейтена будет видна невооруженным глазом из окрестностей Проциона.

*Задание категории 3.* Блеск Солнца равен  $-26.8^m$ . Найти блеск полной Луны, считая ее альбедо равным 0.1.

*Решение.* Задачу можно решить без сложных вычислений. Достаточно вспомнить, что видимые угловые диаметры Солнца и Луны практически совпадают, а плотность потока световой энергии, уходящего от Луны, равен 0.1 от плотности потока солнечной энергии на расстоянии Луны (или Земли), или  $0.1 \cdot (r/R)^2$  от плотности потока солнечной энергии на поверхности Солнца ( $r$  – радиус Солнца,  $R$  – расстояние от Солнца до Луны, фактически равное 1 а.е.). В этой пропорции соотносятся поверхностные яркости Луны и Солнца, а значит, их блеск на небе Земли. Таким образом, блеск полной Луны равен

$$m = -26.8 - 2.5 \lg (0.1 \cdot (r/R)^2) = -12.6.$$

### 2.3.2. Звезды, общие понятия.

*Задание категории 1.* Двойная звезда состоит из голубой звезды с температурой поверхности 30000К и блеском  $0^m$  и красной звезды с температурой поверхности 3000К и блеском  $5^m$ . Как соотносятся радиусы этих звезд?

*Решение.* Разница в блеске двух компонент физической двойной звезды в  $5^m$  означает, что светимость горячей звезды ровно в 100 раз больше, чем холодной. Но, как известно, светимость звезды пропорциональна  $R^2 T^4$ , где  $R$  и  $T$  – ее радиус и температура. Так как температура горячей звезды в 10 раз больше, то с учетом соотношения светимостей получается, что ее радиус, напротив, должен быть в 10 раз меньше, чем у холодной звезды.

*Задание категории 2.* Белый карлик, имеющий радиус 6000 км, температуру поверхности 10000 К и массу, равную массе Солнца, пролетает через межзвездное скопление кометных ядер, каждое из которых имеет радиус 1 км и плотность  $1 \text{ г/см}^3$ . Сколько комет должно ежедневно падать на белый карлик, чтобы его средняя светимость удвоилась?

*Решение.* Определим светимость белого карлика, то есть количество энергии, излучаемой им за одну секунду:

$$L = 4\pi\sigma R^2 T^4 = 2.56 \cdot 10^{23} \text{ Вт}$$

или  $6.6 \cdot 10^{-4}$  светимости Солнца. Здесь  $R$  и  $T$  – радиус и температура поверхности белого карлика,  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана. За сутки (86400 секунд) белый карлик излучает количество энергии  $E_0$ , равное  $2.21 \cdot 10^{28}$  Дж.

Масса одного кометного ядра составляет

$$m = \frac{4}{3}\pi\rho r^3 = 4.19 \cdot 10^{12} \text{ кг.}$$

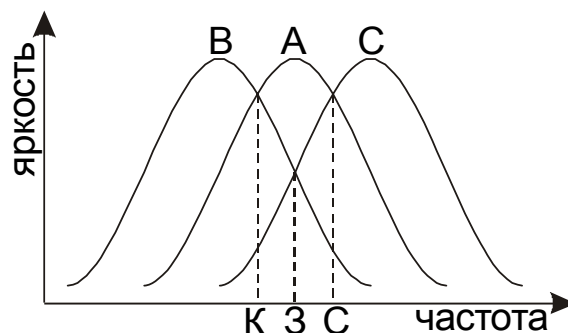
При падении такого ядра на поверхность белого карлика освобождается энергия

$$E = \frac{GMm}{R} = 9.2 \cdot 10^{25} \text{ Дж.}$$

Здесь  $M$  – масса белого карлика. Чтобы кометы обеспечивали энерговыделение, равное светимости белого карлика, они должны ежедневно падать на него в количестве  $(E_0/E) \sim 240$  штук. Этот ответ достаточно близко к действительности, на светимость белого карлика будут влиять также два противоположных фактора. С одной стороны, не вся энергия падающего ядра кометы будет переходить в видимое излучение, а с другой стороны, обильное выпадение вещества на поверхность белого карлика будет вызывать его дальнейшее сжатие и дополнительное выделение энергии. При достижении массы 1.4 массы Солнца белый карлик вообще взорвется как сверхновая звезда I типа.

*Задание категории 3.* Звезды  $A$  и  $B$  светят одинаково через красный светофильтр, звезды  $B$  и  $C$  – одинаково через зеленый, а  $A$  и  $C$  – одинаково через синий. При этом в зеленых лучах звезда  $A$  ярче звезды  $B$ . Расположите эти три звезды в порядке возрастания их температуры.

*Решение.* Как известно, чем горячее звезда, тем в более коротковолновой (синей) части спектра она излучает больше всего света. Звезды  $A$  и  $B$  выглядят одинаково яркими в красных лучах, однако в более коротковолновой части спектра, в зеленых лучах, звезда  $A$  становится ярче, значит звезда  $A$  горячее звезды  $B$  (см. рисунок, буквы у оси абсцисс соответствуют трем цветам). В зеленых лучах звезда  $C$  (как и звезда  $B$ ) светит слабее звезды  $A$ , но в синих лучах их яркость сравнивается, то есть звезда  $C$  горячее звезды  $A$ . Таким образом, эти три звезды нужно расставить следующим образом:  $B, A, C$ .



*Задание категории 4.* Определите, до какой температуры можно нагреть абсолютно черный шар радиусом  $r$  и бесконечной теплопроводностью с помощью солнечного излучения, собираемого зеркалом диаметром  $D$  и фокусным расстоянием  $F$ ? Потерями энергии из-за теплопередачи и в атмосфере пренебречь.

*Решение.* Поток солнечной энергии на расстоянии Земли равен

$$J_0 = \frac{\sigma T_0^4 R_0^2}{L^2}.$$

Здесь  $T_0$  – эффективная температура Солнца,  $R_0$  – радиус Солнца,  $L$  – расстояние от Солнца до Земли. Количество солнечной энергии, попадающее за единицу времени в объектив телескопа, составит

$$E = \frac{\pi \sigma T_0^4 R_0^2 D^2}{4L^2}.$$

Радиус изображения Солнца в фокальной плоскости равен фокусному расстоянию телескопа, умноженному на видимый радиус Солнца:

$$\rho = \frac{FR_0}{L}.$$

Если радиус шара больше радиуса изображения Солнца, то вся солнечная энергия, попавшая в телескоп, будет поглощаться шаром и идти на его нагрев. В свою очередь, шар будет излучать как абсолютно черное тело. При некоторой температуре шара  $T$  энергия, поглощаемая и излучаемая шаром, сравняются:

$$\frac{\pi \sigma T_0^4 R_0^2 D^2}{4L^2} = 4\pi \sigma r^2 T^4.$$

Температура шара будет равна

$$T = \frac{T_0}{2} \sqrt{\frac{R_0 D}{Lr}} = 290 \text{ К} \cdot \sqrt{\frac{D}{2r}}.$$

Если радиус шара  $r$  меньше радиуса изображения Солнца  $\rho$ , то он будет поглощать не всю солнечную энергию, попавшую в телескоп. Плотность потока энергии в фокальной плоскости составит

$$J = \frac{E}{\pi \rho^2} = \frac{\sigma T_0^4 D^2}{4F^2}.$$

Уравнение теплового равновесия шара предстанет в следующем виде:

$$\frac{\pi \sigma T_0^4 D^2 r^2}{4F^2} = 4\pi \sigma r^2 T^4.$$

Наконец, температура шара составит

$$T = \frac{T_0}{2} \sqrt{\frac{D}{F}} = 3000\text{K} \sqrt{\frac{D}{F}}.$$

Следует обратить внимание, что в первом случае температура шара не зависит от фокусного расстояния объектива, а во втором случае – от размеров шара.

### 2.3.3. Классификация звезд.

*Задание категории 1.* Белый карлик имеет массу 0.6 масс Солнца, светимость 0.001 светимости Солнца и температуру, вдвое большую температуры Солнца. Во сколько раз его средняя плотность выше солнечной?

*Решение.* Как известно, светимость звезды по закону Стефана-Больцмана пропорциональна  $R^2 T^4$ . Радиус белого карлика со светимостью в 1000 раз меньше солнечной и температурой поверхности вдвое большей, чем у Солнца, составляет по отношению к радиусу Солнца

$$\sqrt{\frac{0.001}{2^4}} = 0.0079.$$

Соответственно, его плотность по отношению к плотности Солнца будет равна

$$\frac{0.6}{0.0079^3} = 1.21 \cdot 10^6.$$

*Задание категории 2.* Звезда Капелла имеет тот же показатель цвета, что и Солнце. Расстояние до нее равно 13 пк, а на нашем небе она выглядит как звезда 0.1<sup>m</sup>. К какому типу звезд относится Капелла? На каком расстоянии от Капеллы должна находиться планета, чтобы условия на ее поверхности были схожи с земными?

*Решение.* Определим абсолютную звездную величину Капеллы:

$$M = m + 5 - 5 \lg r = -0.5.$$

Получается, что светимость Капеллы примерно в 120 раз превосходит светимость Солнца, и на диаграмме «цвет-светимость» она оказывается вблизи горизонтальной ветви. Учитывая схожесть спектральных характеристик Солнца и Капеллы, на расстоянии  $\sqrt{120} = 10.9$  а.е. от Капеллы температурные и световые характеристики будут весьма близкими к земным.

*Задание категории 3.* Звезды какого типа имеют наибольшие размеры?

*Решение.* Воспользовавшись законом Стефана-Больцмана, выразим радиус звезды через ее светимость и эффективную температуру:

$$R = \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma T^4}}.$$

Мы видим, что радиус тем больше, чем больше светимость и чем меньше эффективная температура. Самую большую светимость имеют сверхгиганты, среди которых встречаются звезды с самыми разными температурами, при этом их светимость почти не зависит от температуры. Самые холодные из этих звезд – красные сверхгиганты – и являются самыми большими звездами. К примеру, звезда Бетельгейзе ( $\alpha$  Ориона) превосходит по размеру Солнце более чем в 500 раз.

#### 2.3.4. Движение звезд в пространстве.

*Задание категории 1.* Как известно, Солнце движется вокруг центра Галактики со скоростью около 250 км/с, и в настоящий момент это движение происходит в направлении созвездия Цефея. Почему же во многих книгах написано, что апекс движения Солнца находится в созвездии Геркулеса?

*Решение.* В движении вокруг центра Галактики участвуют как Солнце, так и все окрестные звезды, однако величины и направления их скоростей немного отличаются. Апекс в созвездии Геркулеса есть направление скорости Солнца относительно группы ближайших звезд, также обращающихся вокруг центра Галактики. Величина этой скорости составляет около 20 км/с.

*Задание категории 2.* Звезда Вега имеет собственное движение  $0.35''$  в год, параллакс  $0.129''$  и лучевую скорость  $-14$  км/с. Через сколько лет Вега окажется к нам вдвое ближе, чем сейчас?

*Решение.* По данным условия задачи, расстояние до Веги в настоящий момент составляет

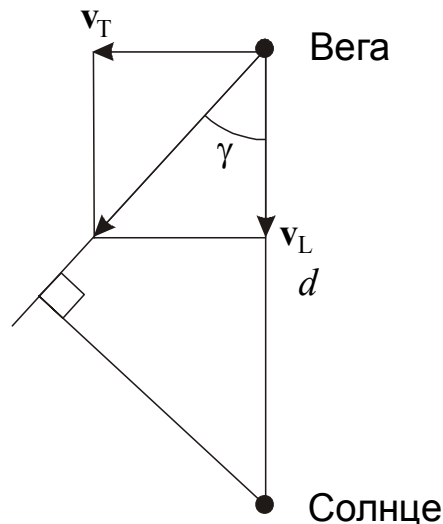
$$d = 1 / \pi = 7.76 \text{ пк},$$

а ее тангенциальная скорость равна

$$v_T = \alpha d = \alpha / \pi = 2.71 \text{ а.е./год} = 12.9 \text{ км/с}.$$

Здесь годичный параллакс и собственное движение обозначены соответственно как  $\pi$  и  $\alpha$ .





Лучевая скорость равна  $-14$  км/с, значит, Вега приближается к Солнцу, двигаясь под углом

$$\gamma = \operatorname{arctg} \left| \frac{v_T}{v_L} \right| = 42.7^\circ$$

относительно направления на Солнце. Из этого можно сделать вывод, что Вега никогда не приблизится к нам на расстояние  $d/2$ . Ее минимальное расстояние до Солнца составит

$$d \sin \gamma = 5.26 \text{ пк},$$

и это случится через время

$$\Delta t = \frac{d \cos \gamma}{\sqrt{v_L^2 + v_T^2}},$$

что составляет около 290 тысяч лет.

*Задание категории 3.* За сколько лет Земля в своем годовом движении вокруг Солнца пройдет путь, равный расстоянию до  $\alpha$  Центавра? Это – важное характерное время: на таком интервале времени вид звездного неба на Земле существенно изменяется. Почему?

*Решение.* Первый вопрос задания достаточно очевиден. Орбитальная скорость Земли составляет 30 км/с, а расстояние до  $\alpha$  Центавра – 1.3 пк или  $4 \cdot 10^{16}$  м. Земля преодолела бы такое расстояние за  $1.3 \cdot 10^{12}$  с или 40000 лет.

Для ответа на второй вопрос задания вспомним, что расстояние между Солнцем и  $\alpha$  Центавра – это характерное расстояние между звездами в окрестностях Солнца, а орбитальная скорость Земли по порядку величины равна характерной относительной скорости движения звезд. Получается, что найденная

величина – это время, за которое звезды пролетают расстояние до своих ближайших соседей. За это время происходит видимое изменение в расположении звезд на небе.

### 2.3.5. Двойные и переменные звезды.

*Задание категории 1.* Планеты с какими массами и большими полуосями орбит легче открыть около далеких звезд методом измерения лучевых скоростей звезд? методом измерения положений звезд?

*Решение.* В обоих случаях в основе метода лежит гравитационное воздействие планеты на звезду, вызывающее движение самой звезды. Поэтому открываются прежде всего массивные планеты, сравнимые или превосходящие по массе Юпитер. А вот расстояние планеты от звезды будет различаться для двух методов. Скорость звезды при фиксированных массах увеличивается для близких планет, так же как и сами планеты движутся быстрее, если их орбиты располагаются вблизи звезды. Поэтому методом лучевых скоростей (основным на сегодняшний день) открываются в основном близкие к звезде планеты. Смещение звезды на небе будет большим для дальних планет, так как в этом случае центр масс системы будет располагаться дальше от центра звезды. Необходимо отметить, что поиск планет данным методом предполагает длительные наблюдения, которые должны охватить период обращения планеты вокруг звезды.

*Задание категории 2.* Двойная звезда состоит из звезд  $3^m$  и  $8^m$ , угловое расстояние между которыми изменяется от  $1''$  до  $5''$  с периодом 50 лет. Лучевая скорость слабой звезды относительно Солнца изменяется с амплитудой  $\pm 5.55$  км/с, яркой звезды  $\pm 1.11$  км/с. Считая орбиты звезд круговыми, найдите массы и светимости обеих звезд. Что можно сказать об их физических свойствах?

*Решение.* Если орбиты звезд круговые, то расстояние между звездами  $R$ , выраженное в астрономических единицах, равно  $L \cdot d$ , где  $L$  – расстояние от Земли до этих звезд в парсеках, а  $d$  – максимальное угловое расстояние между звездами в угловых секундах. Эта же величина  $R$  равна  $vT/2\pi$ , где  $v$  – суммарная орбитальная скорость звезд, а  $T$  – период обращения звезд вокруг общего центра масс, который будет равен 100 годам, так как за один период обращения звезды дважды сблизятся и дважды разойдутся на земном небе. Так как плоскость орбит звезд наклонена к лучу зрения на угол

$$\alpha = \arcsin(1/5) = 11.5^\circ,$$

суммарная орбитальная скорость будет равна

$$v = (5.55 + 1.11) / \cos \alpha = 6.80 \text{ км/с.}$$

Подставляя численные значения, получаем  $R=22.82$  а.е. и  $L=4.56$  пк. Из III закона Кеплера получаем суммарную массу звезд:

$$M = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2} = 1.2 M_0.$$

Здесь  $M_0$  – масса Солнца. Так как массы звезд, как видно по лучевым скоростям, соотносятся как 1:5, получается, что яркая звезда имеет массу около  $1M_0$ , а слабая –  $0.2M_0$ . Зная расстояние до звезд, мы можем рассчитать их абсолютные звездные величины  $m_0$  по формуле

$$m_0 = m + 5 - 5 \lg L.$$

Абсолютная звездная величина получается равной  $+4.7^m$  для яркой звезды и  $+9.7^m$  для слабой. Выходит, что яркая звезда очень похожа на Солнце, а ее спутник является красным карликом с впятеро меньшей массой и в сто раз меньшей светимостью.

*Задание категории 3.* У затменной переменной звезды глубина главного и вторичного минимумов составляет соответственно  $0.55^m$  и  $0.11^m$ . Определите, если это возможно: отношение масс, отношение радиусов, отношение эффективных температур и отношение светимостей двух звезд, входящих в систему. Потемнением дисков звезд к краю пренебrecь.

*Решение.* Расстояние между двумя звездами, входящими в пару, много меньше расстояния от них до Земли. Поэтому если во время главного максимума от нас скрыта какая-то угловая площадь  $S$  от диска одной звезды, то во время вторичного минимума закрытой будет та же площадь  $S$ , но на диске другой звезды. При этом каждое из покрытий может быть как полным, так и частным, и это заранее неизвестно.

Так как расстояния до обеих звезд можно считать одинаковыми, а потемнением дисков к краю мы по условию задачи пренебрегаем, то количество световой энергии, приходящей от одной звезды с фиксированной угловой площади  $S$ , по закону Стефана-Больцмана определяется исключительно температурой поверхности звезды  $T$  и пропорционально  $T^4$ . Обозначим суммарный поток от обеих звезд вне минимумов через  $J$  и вычислим уменьшение потока в каждом из минимумов. Для главного и вторичного минимумов соответственно получаем:

$$\begin{aligned} \Delta J_1 &= J(1 - 10^{-0.4 \cdot 0.55}) = 0.4 J \\ \Delta J_2 &= J(1 - 10^{-0.4 \cdot 0.11}) = 0.1 J \end{aligned}$$

Получается, что количество световой энергии, поступающей с одинаковых площадок двух звезд, отличается в 4 раза, следовательно, их эффективные

температуры различаются в  $\sqrt{2} = 1.41$  раз. При этом во время главного максимума затмевается более горячая звезда.

Однако без дополнительной информации мы ничего не можем сказать о том, какие затмения полные, а какие – частные. Поэтому мы не сможем определить соотношение радиусов и светимостей звезд. Без спектральных наблюдений не удастся найти и соотношение их масс.

*Задание категории 4.* Затменная переменная звезда каждые 30 дней уменьшает свой блеск на  $0.2^m$ , при этом все ее минимумы совершенно одинаковы. Спектральные наблюдения показали, что линия H $\alpha$  (лабораторная длина волны 6563 Å) раздвоена, ее компоненты периодически расходятся на 2 Å. Считая затмения центральными, а средние плотности звезд – одинаковыми, определите их массы. Потемнением дисков звезд к краю пренебречь.

*Решение.* Одинаковый вид главного и вторичного минимумов затменной переменной звезды означает одинаковую поверхностную яркость обеих компонент, входящих в систему. А это, в свою очередь, говорит о равенстве их эффективных температур. По условию задачи затмения центральные, а потемнение дисков звезд к краю отсутствует. Обозначим радиус большей звезды через  $R$ , радиус меньшей звезды через  $r$ . Тогда величина главного и вторичного минимумов составляет

$$\Delta m = -2.5 \lg \frac{\pi R^2}{\pi R^2 + \pi r^2} = 2.5 \lg \left( 1 + \frac{r^2}{R^2} \right).$$

Отсюда мы находим соотношение радиусов звезд:

$$\frac{r}{R} = \sqrt{10^{0.4\Delta m} - 1} = 0.45.$$

По условию задачи, средние плотности звезд одинаковы, поэтому мы можем определить и соотношение их масс:

$$\frac{m}{M} = \left( \frac{r}{R} \right)^3 = 0.091 = \frac{1}{11}.$$

Минимумы затменной переменной одинаковы не только по глубине, но и по продолжительности. Кроме этого, они происходят через одинаковые промежутки времени. Следовательно, орбиты звезд в этой системе круговые, а период обращения  $T$  есть удвоенный промежуток времени между минимумами, то есть 60 дней. Раз затмения центральные, то плоскость орбит звезд проходит через Землю. Это дает нам возможность определить по спектральным наблюдениям в линии H $\alpha$  относительную скорость звезд:

$$v = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 91.4 \text{ км/с.}$$

Здесь  $\Delta\lambda$  – максимальное расстояние между компонентами спектральной линии, а  $\lambda$  – ее длина волны. Полученные значения позволяют определить расстояние между звездами:

$$a = \frac{vT}{2\pi},$$

что составляет 75 млн км или 0.5 а.е. Выражая период обращения  $T$  в годах (0.164 года), мы получаем величину суммарной массы звезд в массах Солнца:

$$M + m = \frac{a^3}{T^2} = 4.6.$$

Учитывая полученное ранее соотношение масс, получаем значения масс звезд: 4.2 и 0.4 массы Солнца.

### 2.3.6. Рассеянные и шаровые звездные скопления.

*Задание категории 1.* Известно, что орбиты шаровых скоплений имеют большой эксцентриситет и наклонение к плоскости Галактики. Объясните, почему шаровых скоплений наблюдается больше в гало галактик, чем вблизи их ядер?

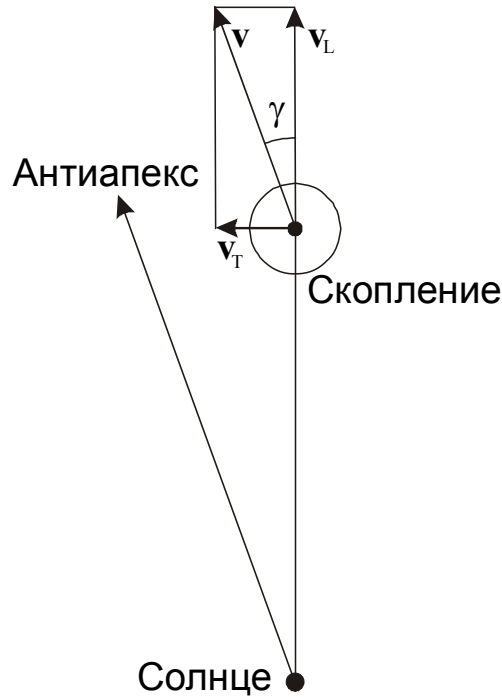
*Решение.* Из второго закона Кеплера следует, что скорость движения небесного тела вблизи самой удаленной от центра притяжения точки орбиты меньше, чем вблизи центра. Поэтому шаровые скопления проводят большую часть времени вдалеке от центра Галактики. А так как их орбиты наклонены к плоскости Галактики на большие углы (это является следствием большого возраста шаровых скоплений и эволюции их орбит), то они при этом оказываются в гало вдали от плоскости Млечного Пути.

*Задание категории 2.* Измерив собственные движения звезд рассеянного звездного скопления, астрономы обнаружили, что все они направлены к одной точке неба, отстоящей на  $20^\circ$  от самого скопления. Величина собственного движения составляла  $0.1''$  в год. Наблюдатели также измерили лучевую скорость звезд, равную 20 км/с, однако по рассеянности забыли указать ее знак, то есть не сообщили, приближаются или удаляются от нас звезды скопления. Восстановите эту недостающую информацию, а также найдите расстояние до звездного скопления.

*Решение.* В основу решения задачи закладывается предположение, что все звезды рассеянного скопления имеют одинаковую скорость в космическом пространстве. Для молодого и немассивного рассеянного звездного скопления такое

предположение вполне оправдано, так как относительные скорости звезд внутри скопления значительно меньше скорости скопления в пространстве.

Звезды скопления можно сравнить с метеорным потоком, частицы которого также двигаются по параллельным линиям, а с Земли видны вылетающими из одной точки – радианта, указывающим направление в пространстве, откуда летят метеорные частицы. Однако в нашем случае звезды, напротив, летят на небе в направлении одной точки (антиапекса). Это означает, что в отличие от метеоров, звезды скопления удаляются от Земли, и к значению лучевой скорости, измеренной астрономами, нужно приписать знак «+».



Зная угловое расстояние скопления от его антиапекса, мы знаем угол  $\gamma$  между вектором скорости скопления и направлением от Земли к скоплению (см. рисунок). Тангенциальная компонента скорости скопления  $v_T$  связана с лучевой скоростью  $v_L$  соотношением

$$v_T = v_L \operatorname{tg} \gamma$$

и составляет 7.28 км/с или 1.53 а.е./год. Отрезок в 1.53 а.е. виден с Земли под углом  $0.1''$ , следовательно расстояние до скопления составляет 15.3 пк.

Описанный в решении метод является основным методом определения расстояний до близких рассеянных звездных скоплений и получил название «метод группового параллакса».

*Задание категории 3.* Представьте, что Солнце, двигаясь вокруг центра Галактики, встречается с шаровым звездным скоплением и пролетает прямо через его центр. Сможет ли Солнце сохранить свою планетную систему такой, какой она была до сближения со скоплением? Скопление имеет радиус 30 пк и состоит из миллиона звезд, равномерно распределенных внутри скопления.

*Решение.* Найдем объемную концентрацию звезд внутри скопления:

$$n = \frac{3N}{4\pi R^3}.$$

При количестве звезд  $N$ , равном  $10^6$ , и радиусе скопления  $R$ , равном 30 пк, концентрация звезд скопления составляет  $8.84 \text{ пк}^{-3}$ . Солнце пролетает внутри скопления расстояние  $2R$ , и число звезд скопления на единицу площади, перпендикулярной направлению на Солнце, составляет

$$n_S = 2nR = \frac{3N}{2\pi R^2}.$$

Примем, что радиус планетной системы  $r$  составляет 100 а.е. или 0.00048 пк (пролет звезды скопления на таком расстоянии может сильно изменить вид Солнечной системы). Вероятность столь близкой встречи со звездой равна произведению площади планетной системы и числу звезд скопления на единицу площади:

$$p = 2\pi r^2 n_S = \frac{3Nr^2}{R^2} = 7.8 \cdot 10^{-4}.$$

Итак, встреча с шаровым скоплением и даже пролет внутри него вряд ли существенно изменит вид Солнечной системы. Нужно также обратить внимание, что вероятность встречи со звездой не зависит от скорости пролета Солнца через скопление.

*Задание категории 4.* Шаровое звездное скопление имеет на нашем небе блеск  $4.5^m$  и видимый диаметр  $25'$ . Расстояние до скопления составляет 3 кпк. Считая, что скопление состоит из звезд, похожих на Солнце, равномерно распределенных по объему внутри шара, оцените освещенность на ночной стороне обитаемой планеты, обращающейся вокруг одной из центральных звезд скопления. Сравните ее с освещенностью в лунную ночь на Земле. Поглощением света в межзвездной среде и в атмосфере планеты пренебречь.

*Решение.* Выражая угловой диаметр скопления в радианах, умножая на расстояние до скопления и деля на 2, получаем радиус скопления  $r_0$ , равный 10.9 пк. Объем скопления равен

$$V = \frac{4}{3}\pi r_0^3 = 5.42 \cdot 10^3 \text{ пк}^3.$$

Солнце имеет абсолютную звездную величину  $M_0$ , равную  $+4.7^m$ . С расстояния  $d$ , равного 3 кпк, оно выглядело бы как звезда величины  $m_0$ :

$$m_0 = M_0 - 5 + 5 \lg r = 17.1.$$

Обозначив звездную величину всего скопления через  $m$ , получаем выражение для количества звезд в скоплении

$$N = 10^{0.4(m_0 - m)} = 1.095 \cdot 10^5$$

и объемной концентрации звезд

$$n = \frac{N}{V} = 20.2 \text{ пк}^{-3}.$$

На ночном небе планеты в центре скопления видны звезды одной половины шара, равномерно заполняющие ее по объему. Обозначим освещенность, которую создает на планете в центре скопления одна звезда  $0^m$  через  $J$ . Рассчитаем освещенность, которую создадут на этой планете все звезды, попадающие в тонкую полусферическую оболочку с радиусом  $r$  и толщиной  $\Delta r$ . Количество этих звезд будет равно произведению концентрации звезд на объем оболочки:

$$N_r = 2\pi r^2 \Delta r n.$$

Звездная величина и освещенность от каждой звезды на планете составит

$$m = M_0 - 5 + 5 \lg r,$$

$$j_r = \frac{J \cdot 10^{2-0.4M_0}}{r^2}.$$

Здесь  $r$  выражается в парсеках. Освещенность на ночном небе от всех звезд полусферы равна

$$J_r = 2\pi n J \cdot 10^{2-0.4M_0} \cdot \Delta r.$$

Мы видим, что эта освещенность пропорциональна толщине оболочки и не зависит от ее радиуса. Представляя всю полусферу внутри скопления как сложение подобных оболочек, мы получаем выражение для полной освещенности от ночного неба планеты:

$$J_T = 2\pi n J \cdot 10^{2-0.4M_0} \cdot r = J \cdot 1.83 \cdot 10^3.$$

Суммарная звездная величина всех звезд половины шара равна

$$m_T = -2.5 \lg \frac{J_T}{J} = -8.2.$$



Небо этой планеты будет значительно ярче безлунного ночного неба на Земле, и светила вне шарового скопления дадут лишь незначительный вклад в его яркость. Но лунная ночь на Земле (блеск полной Луны равен  $-12.7^m$ ) все же в 63 раза ярче, чем небо планеты в центре шарового скопления.

### 2.3.7. Солнце.

*Задание категории 1.* Во сколько раз упадет светимость Солнца, если половина его поверхности покроется пятнами? (Температура солнечного пятна 4200 К).

*Решение.* Светимость Солнца в случае, когда пятна занимают незначительную часть его поверхности, равна

$$L_0 = 4\pi\sigma R^2 T_0^4,$$

где  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана,  $R$  – радиус Солнца, а  $T_0$  – температура его поверхности, равная 6000 К. Если же пятна с температурой  $T=4200$  К покроют половину поверхности Солнца, его светимость станет равной

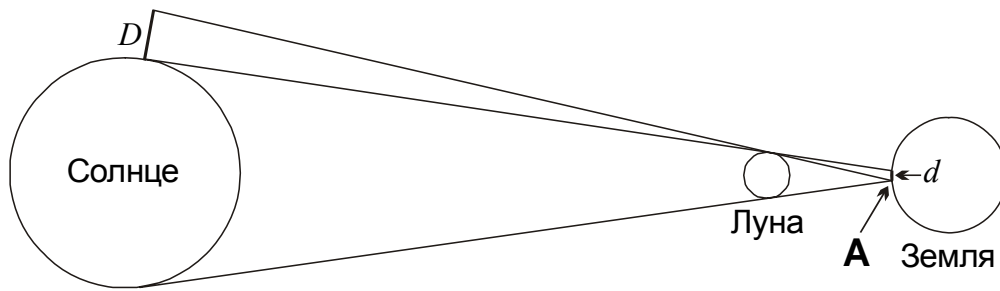
$$L = 2\pi\sigma R^2(T_0^4 + T^4).$$

В итоге, светимость упадет в  $(L_0/L)=1.61$  раза.

*Задание категории 2.* В течение всей полной фазы солнечного затмения около экватора Солнца был виден яркий протуберанец. Оцените его минимальный размер, если ширина полосы полной фазы составляла 150 км, и оно наблюдалось вблизи зенита.

*Решение.* В условии задачи сказано, что полное солнечное затмение наблюдается вблизи зенита. В этом случае можно считать, что центры Солнца, Луны и Земли находятся на одной линии, а ширина полосы полной фазы равна диаметру пятна лунной тени, бегущего по поверхности Земли. Обозначим его через  $d$ , расстояния от центра Земли до Солнца и Луны через  $L$  и  $l$  соответственно, а радиус Земли – через  $R$ . Из рисунка видно, что протуберанец будет виден из всей области тени, если он виден из самой удаленной ее точки А. Из равенства вертикальных углов, отмеченных на рисунке, получаем, что размер протуберанца должен быть не меньше величины  $D$ , для которой

$$\frac{D}{L-l} = \frac{d}{l-R}.$$



Подставляя численные значения  $R=6378$  км,  $l=384400$  км и  $L=149.6$  млн км, получаем  $D=59200$  км, что почти в пять раз превышает диаметр Земли! Тем не менее, солнечные протуберанцы часто наблюдаются в течение всей полной фазы солнечного затмения, что указывает на огромные размеры этих образований.

*Задание категории 3.* Темп энерговыделения на единицу массы в человеческом теле на несколько порядков выше, чем у Солнца. Почему же мы гораздо холоднее?

*Решение.* В соответствии с законом Стефана-Больцмана количество энергии, излучаемое физическим телом (к примеру, Солнцем) в окружающее пространство, пропорционально площади его поверхности или квадрату радиуса. Внутреннее энерговыделение пропорционально объему или кубу радиуса. Звезда – стабильный объект, и эти две величины должны совпадать. В итоге, у больших тел даже малое энерговыделение на единицу объема способно обеспечить высокую температуру и высокую светимость. Маленькому человеку удерживать свое тепло значительно сложнее, это требует больших затрат энергии. Именно поэтому, кстати, животные на холоде стремятся прижаться друг к другу, уменьшая суммарную площадь своего соприкосновения с холодной окружающей средой.

### 2.3.8. Ионизованное состояние вещества.

*Задание категории 1.* Куда прибудет земной путешественник, если он будет двигаться на северо-восток, ориентируясь по магнитной стрелке компаса?

*Решение.* Двигаясь по спирали, этот путешественник прибудет в южный магнитный полюс Земли, находящийся, как известно, в северных полярных широтах нашей планеты. Именно на южный магнитный полюс указывает северная стрелка компаса.

*Задание категории 2.* Как известно, благодаря эффективному механизму разогрева температура солнечной короны (2 млн К) намного выше температуры поверхности Солнца (6000К). Почему температура короны именно такая, и что мешает ей нагреться еще сильнее?

*Решение.* За счет передачи энергии магнитоакустическими волнами солнечная корона разогревается до температуры в 2 млн К. Скорость протонов  $v$ ,

соответствующую данной температуре  $T$ , рассчитывается по следующей формуле:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m_p}},$$

что составляет около 220 км/с (здесь  $k$  – постоянная Больцмана,  $m_p$  – масса протона). Но эта скорость, как мы можем убедиться, ненамного меньше второй космической скорости на расстоянии порядка 2 радиусов Солнца. То есть, более быстрые протоны будут покидать Солнце, образуя солнечный ветер. Протоны, остающиеся в короне, просто не могут иметь большей кинетической температуры. Более легкие электроны имеют существенно большие скорости, позволяющие им покидать корону. Но это приводит к появлению у короны положительного электрического заряда, который создает дополнительную силу, удерживающую электроны в короне.

*Задание категории 3.* Две звезды – белый карлик и белый сверхгигант имеют одинаковый химический состав и одинаковую температуру поверхности. У какой из звезд степень ионизации вещества на поверхности будет выше?

*Решение.* Состояние ионизации вещества определяется двумя противоположными процессами – ионизацией атомов и их обратной рекомбинацией. Скорость обоих процессов должна быть одинаковой. Процесс ионизации идет, в основном, за счет энергичных фотонов. Количество актов ионизации, происходящих в единице объема в единицу времени будет равно  $C_1 n_0$ , где  $n_0$  – концентрация атомов, а коэффициент  $C_1$  зависит только от температуры. Количество актов рекомбинации, происходящих при столкновении ионов и электронов будет равно  $C_2 n_+ n_e$ , где  $n_+$  и  $n_e$  – концентрации ионов и электронов, а коэффициент  $C_2$  также зависит от температуры. Если пренебречь двухкратной ионизацией атомов, то величины  $n_+$  и  $n_e$  будут равны друг другу, и условие равенства числа актов ионизации и рекомбинации можно будет записать следующим образом:

$$C_1 n(1-P) = C_2 n^2 P^2$$

Здесь  $n$  – полная концентрация атомов и ионов, а  $P$  – доля ионизованных атомов. Это соотношение можно переписать:

$$\frac{P^2}{1-P} = \frac{C_1}{C_2 n}$$

Мы видим, что увеличение концентрации частиц при постоянной температуре приводит к уменьшению степени ионизации. Следовательно, на поверхности сверхгиганта степень ионизации будет выше, чем на поверхности белого карлика.

*Задание категории 4.* Известно, что свободные электроны рассеивают падающее на них излучение практически равномерно во все стороны как металлические шарики с радиусом  $4.6 \cdot 10^{-15}$  м, а более тяжелые частицы (атомы, ионы, протоны) рассеивают свет значительно хуже. Считая, что корона состоит из чистого водорода, атмосферное давление в нижних слоях солнечной короны равно 0.003 Па, а средняя температура короны 1000000 К, оцените звездную величину Солнца во время полной фазы солнечного затмения на Земле.

*Решение.* Значение температуры короны достаточно велико. При таких температурах составляющий корону газ будет полностью ионизован, все электроны будут свободными. Основной вклад в видимую яркость короны вносят ее внутренние области. Пренебрегая изменением ускорения свободного падения  $g$  с высотой в этих областях, мы можем записать выражение для атмосферного давления в нижних областях короны:

$$p = \mu g = \frac{GM\mu}{R^2}.$$

Здесь  $M$  и  $R$  – масса и радиус Солнца,  $\mu$  – масса вещества солнечной короны, находящаяся в столбе над данной точкой с площадью основания, равной 1 квадратному метру. Масса вещества с высокой точностью равна массе ионов водорода (протонов), количество которых в этом же столбе будет равно

$$n = \frac{\mu}{m_p} = \frac{pR^2}{GMm_p}.$$

Здесь  $m_p$  – масса протона. Электронов в этом столбе будет ровно такое же количество, и каждый из них можно представить как шарик радиусом  $r$ , перехватывающий излучение и отражающий его в произвольном направлении. Доля солнечного излучения, которую перехватят все электроны в данном столбе, равна отношению суммарной площади сечений рассеяния всех его электронов к единичной площади столба:

$$\tau = n \cdot \pi r^2 = \frac{\pi p R^2 r^2}{GMm_p} = 4 \cdot 10^{-7}.$$

Такая часть солнечного излучения наблюдается нами уже как свечение короны. Звездная величина короны равна

$$m = m_0 - 2.5 \lg \tau = -11.$$

Здесь  $m_0$  – видимая звездная величина Солнца. Это неплохая оценка, близкая к действительности. На самом деле яркость короны, с одной стороны, уменьшается из-за того, что во время затмения ее часть закрыта Луной и самим Солнцем, хотя

этот эффект не столь значителен, так как основной вклад в яркость вносят слои, касательные к линии визирования. С другой стороны, яркость короны увеличивается за счет дополнительных механизмов излучения (запрещенные линии ионов тяжелых элементов), а также вследствие уменьшения ускорения свободного падения и увеличения размеров внешней короны.

### 2.3.9. Межзвездная среда.

*Задание категории 1.* Почему на небе вблизи Млечного Пути наблюдается больше слабых звезд, а количество слабых галактик, наоборот, меньше, чем вдали от него?

*Решение.* Наблюдая области неба, близкие к Млечному Пути, мы видим звезды нашей Галактики, сконцентрированные в ее диске. Именно их излучение сливается в светлую полосу Млечного Пути. Вдоль Млечного Пути наблюдается много молодых горячих звезд, которые рождаются из уплотненного в галактической плоскости межзвездного вещества. Однако все это вещество, точнее, его пылевая составляющая, поглощает свет более далеких объектов. Поэтому галактики практически не видны вблизи полосы Млечного Пути.

*Задание категории 2.* Каким должен быть размер гипотетического молекулярного водородного облака с плотностью, равной плотности приземного воздуха, и температурой 1000 К, чтобы из него через некоторое время образовалась звезда?

*Решение.* Подавляющее большинство водорода в природе представлено его самым легким изотопом  $^1\text{H}$ , ядро которого состоит только из одного протона. Электрон имеет значительно меньшую массу, поэтому массу  $m$  молекулы водорода  $\text{H}_2$  можно считать равной удвоенной массе протона, т.е.  $3.3 \cdot 10^{-27}$  кг.

Рассмотрим шарообразное облако из молекулярного водорода с радиусом  $R$ , температурой  $T$  и плотностью  $\rho$ . Чтобы это облако не развеялось в пространстве, а начало сжиматься под действием собственного тяготения, тепловая скорость его частиц не должна превышать вторую космическую скорость на краю облака:

$$\frac{3kT}{m} < \frac{2GM}{R} = \frac{8\pi G\rho R^2}{3}.$$

Здесь  $k$  – постоянная Больцмана,  $M$  – масса облака. Из этой формулы получаем выражение для радиуса облака:

$$R > \sqrt{\frac{9kT}{8\pi Gm\rho}}.$$

Подстав значение температуры (1000 К) и плотности ( $1.23 \text{ кг/м}^3$ ), получаем, что минимальный радиус облака составляет 135 тысяч километров.

Казалось бы, ответ в задаче найден. Однако, если мы определим массу  $M$  облака с минимальным радиусом  $R$ , то мы получим  $1.27 \cdot 10^{25}$  кг, что всего вдвое превышает массу Земли. Таким образом, при данном радиусе наше гипотетическое облако сможет сжиматься под действием самогравитации, но образует планету, а не звезду. Более точные расчеты дают несколько большее значение минимального радиуса (260 тысяч км) и массы ( $9 \cdot 10^{25}$  кг) облака, но и этих значений недостаточно, чтобы данный объект стал звездой.

Для того чтобы ответить на вопрос, поставленный в условии задачи, нужно определить, при каком радиусе облака его масса достигнет значения  $M_*$ , равного 0.08 массы Солнца или  $1.6 \cdot 10^{29}$  кг. Это есть минимальная масса нормальной звезды, в недрах которой могут начаться реакции протон-протонного цикла. Минимальный радиус облака – будущей звезды составит

$$R_* = \left( \frac{3M_*}{4\pi\rho} \right)^{1/3} = 3.14 \text{ млн км.}$$

Очевидно, что требование гравитационной связанности облака при таких размерах и массе будет уверенно выполняться.

*Задание категории 3.* Какой газ горячее – плотный, входящий в межзвездные облака, или окружающий разреженный?

*Решение.* Газовые компоненты внутри галактики находятся в динамическом равновесии друг с другом. Это означает, что газовое давление в этих компонентах одинаково. Газ можно считать идеальным, его давление пропорционально произведению плотности и температуры. Из этого следует, что плотный газ в облаках значительно холоднее. Его температура составляет примерно 10 К, и водород, из которого в основном этот газ и состоит, содержится в виде молекул  $H_2$ . Именно из этого холодного газа и образуются звезды. Окружающий горячий газ состоит из атомов и ионов водорода и свободных электронов.

### **2.3.10. Телескопы, разрешающая и проникающая способность.**

*Задание категории 1.* Объясните, почему каким бы ни было увеличение телескопа, мы не можем увидеть в его окуляр диски далеких звезд.

*Решение.* Минимальный угловой размер объекта, заметного в телескоп, (его разрешающая сила) определяется размером объектива и свойствами земной атмосферы, через которую проходит свет звезды. Волновая природа света приводит к тому, что даже совершенно точечный источник будет виден в телескоп как диск, окруженный системой колец. Размер этого диска тем меньше, чем больше диаметр объектива телескопа, но даже для крупных телескопов он составляет порядка 0.1 угловой секунды. Кроме этого, изображение размывается земной атмосферой, и размеры “дисков дрожания” звезд редко бывают меньше одной угловой секунды. Истинные угловые диаметры далеких звезд значительно



меньше, и мы не можем увидеть их в телескоп, какое увеличение мы бы ни использовали.

*Задание категории 2.* Телескоп имеет диаметр объектива 50 см и фокусное расстояние 3 м. Приемник с каким размером элементов вы бы предпочли для наблюдений с этим телескопом в линии водорода  $H_\alpha$  (6563 ангстрем)?

*Решение.* Для наблюдений лучше всего использовать приемник с размером элементов, равным размеру дифракционного диска звезды при наблюдении с данным телескопом, так как дальнейшее уменьшение размера элементов уже не приведет к повышению разрешающей способности. Угловой размер дифракционного диска звезды будет равен

$$\varepsilon = 1.22 \frac{\lambda}{d} = 1.60 \cdot 10^{-6}$$

или  $0.27''$ , где  $\lambda$  – длина волны, а  $d$  – диаметр объектива. Если обозначить фокусное расстояние телескопа через  $F$ , то размер элемента должен быть равен

$$\varepsilon F = 4.80 \cdot 10^{-6} \text{ м,}$$

или 4.8 микрон.

*Задание категории 3.* В небольшой телескоп (диаметр объектива 60 мм, фокусное расстояние 240 мм) наблюдают слабую визуальную тройную систему, состоящую из звезд 9.5 звездной величины, вытянувшихся вдоль одной прямой. Угловое расстояние между первой и второй звездой равно  $50''$ , между второй и третьей звездой –  $8''$ . Опишите картину, которую видит наблюдатель в окуляры с фокусным расстоянием 10, 20, 40 мм. Известно, что наблюдатель видел невооруженным глазом звезды до 5 звездной величины, диаметр зрачка глаза 5 мм, разрешающая способность глаза  $2'$ . Яркостью фона неба пренебречь.

*Решение.* Вначале определим диаметр пучка света, выходящего из окуляра:

$$d = D \cdot \frac{f}{F},$$

где  $D$  – диаметр объектива телескопа,  $F$  и  $f$  – фокусные расстояния объектива и окуляра. Подставляя численные данные, мы получаем для самого длиннофокусного из окуляров (40 мм) значение диаметра выходящего пучка 10 мм, что вдвое больше диаметра зрачка человеческого глаза. Это означает, что значительная часть света, собранная объективом, не будет попадать в глаз наблюдателя, и такая оптическая схема будет работать как телескоп с увеличением 6 раз и диаметром объектива  $D_1$ , равным только 30 мм. Предельное

угловое разрешение такой системы будет равно (1/6) от 2 угловых минут, то есть 20", а предельная звездная величина составляет

$$m_3 = m_0 + 5 \lg \frac{D_1}{d_0},$$

где  $m_0$  – предельная звездная величина для невооруженного глаза,  $d_0$  – диаметр зрачка. В итоге, мы получаем, что в данный телескоп с 40-мм окуляром будут видны звезды только до 8.9<sup>m</sup>. Вторая и третья звезда, находящиеся в 8" друг от друга, будут видны как одна звезда 8.7<sup>m</sup>, а первая звезда видна вообще не будет. Для окуляров с фокусными расстояниями 10 и 20 мм диаметр выходного пучка света составит соответственно 2.5 и 5 мм, что не превышает диаметр зрачка глаза. Это означает, что в глаз попадет весь свет звезд, собранный объективом, и предельная звездная величина будет равна

$$m_{1,2} = m_0 + 5 \lg \frac{D}{d_0} = 10.4,$$

что достаточно для наблюдений этих звезд по отдельности. Предельное угловое разрешение для этих окуляров составит соответственно 5" и 10". Итак, в 10-мм окуляр будут видны все три звезды по отдельности, в 20-мм окуляр – первая звезда отдельно и вторая и третья звезды как одно более яркое светило. В 40-мм окуляр, как уже было сказано, будут видны только слившиеся вторая и третья звезды.

## § 2.4. Олимпиадные задания различных категорий – 11 класс.

### 2.4.1. Основы теории приливов.

*Задание категории 1.* Почему земные приливы на Луне примерно в 20 раз сильнее, чем лунные на Земле, хотя массы Земли и Луны отличаются в 81 раз?

*Решение.* Величина приливного ускорения равна разности ускорения силы тяжести, вызываемой, к примеру, Луной, в точке Земли, ближайшей к Луне, и в центре Земли. Обозначая массу Луны через  $m$ , радиус Земли – через  $R$ , а расстояние от Земли до Луны – через  $d$ , запишем выражение для приливного ускорения:

$$a_T = \frac{Gm}{(d - R)^2} - \frac{Gm}{d^2}.$$

Так как радиус Земли значительно меньше расстояния до Луны, это выражение можно переписать как:



$$a_T = \frac{2GmR}{d^3}.$$

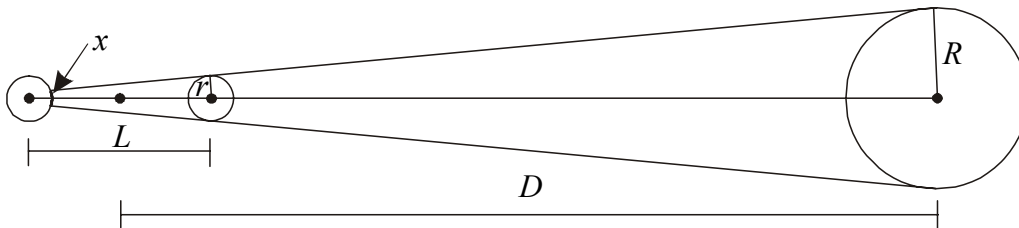
Получается, что величина приливного ускорения пропорциональна массе тела, вызывающего приливы, и радиусу тела, на котором эти приливы наблюдаются. Перемещаясь с Земли на Луну, мы в данной формуле должны будем подставить в 81.3 раза большее значение массы, но в 3.67 меньшее значение радиуса. Величина  $d$  не изменится. В результате, приливное ускорение от Земли на Луне примерно в 22 раза сильнее приливного действия Луны на Землю.

*Задание категории 2.* Вокруг далекой звезды по круговой орбите обращается двойная планета, состоящая из двух одинаковых тел со средней плотностью, равной средней плотности звезды. Планеты обращаются вокруг общего центра масс по круговой орбите так, что тень одной из них всегда падает по нормали на другую планету. Определите фазу теневого затмения второй планеты, считая, что размеры и массы обеих планет несравнимо меньше размеров и массы звезды.

*Решение.* В указанной системе звезда и обе планеты все время находятся на одной прямой, и взаимные расстояния между всеми небесными телами не изменяются. Обозначим радиусы звезды и планет через  $R$  и  $r$ , расстояние от звезды до центра масс двойной планеты через  $D$ , а расстояние между планетами через  $L$ . Масса звезды равна  $M$ , масса каждой из планет –  $m$ . Система вращается как единое целое с угловой скоростью  $\omega$ . Запишем уравнения движения внутренней и внешней планеты:

$$m\omega^2\left(D - \frac{L}{2}\right) = \frac{GMm}{\left(D - \frac{L}{2}\right)^2} - \frac{Gm}{L^2},$$

$$m\omega^2\left(D + \frac{L}{2}\right) = \frac{GMm}{\left(D + \frac{L}{2}\right)^2} + \frac{Gm}{L^2}.$$



В условии сказано, что масса звезды значительно превышает массы планет. Из этого следует, что величина  $L$  много меньше, чем  $D$ , и слагаемые в правой части обоих уравнений можно переписать как:

$$\frac{GMm}{\left(D \mp \frac{L}{2}\right)^2} = \frac{GMm}{D^2} \pm \frac{GMmL}{D^3}.$$

Складывая и вычитая уравнения движения планет, получаем

$$\begin{aligned} m\omega^2 D &= \frac{GMm}{D^2}, \\ m\omega^2 L &= \frac{2Gm^2}{L^2} - \frac{2GMmL}{D^3}. \end{aligned}$$

Выражаем величину  $\omega$  из первого уравнения и подставляем во второе:

$$\frac{3GML}{D^3} = \frac{2Gm}{L^2}.$$

Из получившегося уравнения выводится связь между радиусами орбит:

$$L = D \left( \frac{2m}{3M} \right)^{1/3}$$

или, с учетом равенства плотностей планет и звезды,

$$L = \left( \frac{2}{3} \right)^{1/3} D \frac{r}{R}.$$

Тень ближней к звезды планеты имеет вид конуса, угол раскрытия которого (с учетом малости размеров планет по сравнению с размерами звезды) равен

$$\alpha = \frac{R - r}{D - L/2} \approx \frac{R}{D}.$$

Пренебрегая размерами планеты по сравнению с величиной  $L$ , получаем величину радиуса тени на поверхности дальней планеты

$$x = r - \alpha L = r \left( 1 - \left( \frac{2}{3} \right)^{1/3} \right).$$

Наконец, фаза кольцеобразного теневого затмения дальней планеты составит

$$F = \frac{x}{r} = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{1/3} = 0.13.$$

*Задание категории 3.* Каким должен был быть радиус круговой лунной орбиты, чтобы на Земле иногда исчезали приливы и отливы? Какова была бы периодичность таких «исчезновений»?

*Решение.* Приливы, вызываемые Луной, наблюдались бы на Земле в любом случае, хотя их величина очень быстро уменьшается с расстоянием Луны от Земли. Однако, можно себе представить ситуацию, при которой величина приливов, вызываемых на Земле Луной и Солнцем, была бы одинакова. И если при этом Луна окажется в фазе первой или последней четверти, солнечные и лунные приливы могли бы компенсировать друг друга. Для решения задачи нужно найти радиус орбиты Луны в этом интересном случае.

Приливное ускорение  $a_T$  есть разность ускорений притяжения Луны (или Солнца) в точке Земли, ближайшей к Луне, и в центре Земли:

$$a_T = \frac{Gm}{(d-R)^2} - \frac{Gm}{d^2}.$$

Здесь  $m$  – масса Луны,  $d$  – расстояние до нее, а  $R$  – радиус Земли. Учитывая, что размеры Земли значительно меньше расстояния до Луны, это выражение можно переписать как

$$a_T = \frac{2GmR}{d^3}.$$

Лунные приливы будут равны по величине солнечным, если будет выполняться соотношение

$$\frac{2GmR}{d^3} = \frac{2GM}{D^3},$$

где  $M$  и  $D$  – масса Солнца и расстояние до него. Расстояние до Луны для этого должно быть равным

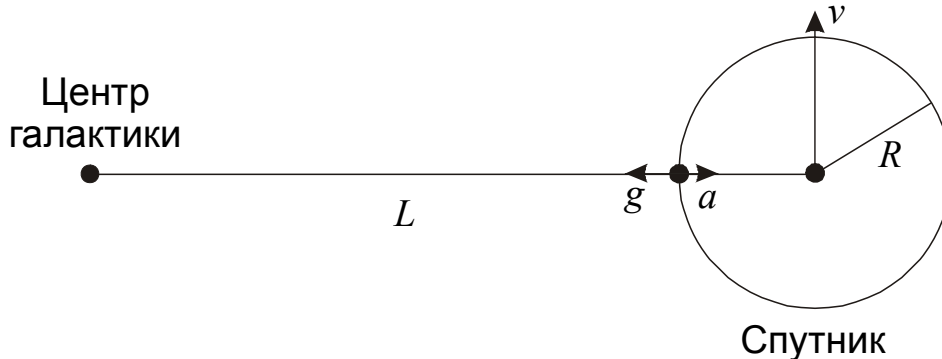
$$d = D \left(\frac{m}{M}\right)^{1/3},$$

что составляет 498.2 тысячи километров. По третьему закону Кеплера получаем, что звездный период обращения Луны вокруг Земли был бы равен 40.3 суток, а синодический период – 45.3 дня. Дважды за этот период, в первой и последней

четверти, то есть раз 22.7 суток, приливов и отливов на Земле наблюдаться не будет.

*Задание категории 4.* Каким может быть максимальный размер спутника гигантской галактики, движущегося по круговой орбите радиусом 30 кпк, если галактика обладает «плоской» кривой вращения, т.е. линейная скорость движения по круговой орбите не зависит от радиуса орбиты и составляет 250 км/с? Спутник имеет массу, равную  $10^9$  солнечных масс, и сохраняет сферическую симметрию.

*Решение.* Устойчивость шарообразной галактики-спутника зависит от того, достаточно ли его притяжения для удержания всех частей шара, или они могут перейти на самостоятельные орбиты вокруг центра главной галактики. Последнее может произойти, если какая-либо точка внутри (или хотя бы на поверхности) шара окажется в так называемой внутренней точке Лагранжа системы «галактика-спутник». Эта точка находится на отрезке, соединяющей центры галактики и спутника и ее положение определяется тем, что материальное тело в этой точке будет обращаться вокруг центра главной галактики с той же угловой скоростью  $\omega$ , что и галактика-спутник, оставаясь на линии, соединяющей центры галактик. При дальнейшем удалении от спутника тело перейдет на самостоятельную орбиту вокруг центра главной галактики. Таким образом, максимальный радиус спутника  $R$  есть расстояние от центра спутника до внутренней точки Лагранжа. Найдем это расстояние.



Полная масса галактики и распределение массы внутри нее неизвестны, однако мы знаем величину круговой орбитальной скорости  $v$  на любом расстоянии от центра галактики, а значит, знаем и величину ускорения силы тяжести. Угловая скорость движения спутника равна

$$\omega = \frac{v}{L},$$

где  $L$  – расстояние от центра галактики до центра спутника. На край спутника, находящийся ближе всего к центру галактики, действуют силы притяжения от галактики и от самого спутника. Ускорения этих сил направлены в противоположные стороны и равны

$$g = \frac{v^2}{L - R}, \quad a = \frac{GM}{R^2}.$$

Здесь  $M$  – масса спутника. Данная точка, как и весь спутник, движется относительно центра галактики с угловой скоростью  $\omega$ . Отсюда мы получаем:

$$\omega^2(L - R) = \frac{v^2(L - R)}{L^2} = \frac{v^2}{L - R} - \frac{GM}{R^2}.$$

Предположим, что размер спутника существенно меньше его расстояния до центра галактики. В этом случае данное равенство можно упростить:

$$\frac{v^2}{L} - \frac{v^2 R}{L^2} = \frac{v^2}{L} \left(1 + \frac{R}{L}\right) - \frac{GM}{R^2}.$$

Из этого равенства следует:

$$\frac{2v^2 R}{L^2} = \frac{GM}{R^2},$$

из чего получаем верхнюю оценку для радиуса спутника:

$$R = \left( \frac{GML^2}{2v^2} \right)^{1/3}.$$

Подставляя численные значения, получаем  $10^{20}$  м или 3.3 кпк. Мы видим, что сделанное нами предположение, что данный радиус существенно меньше расстояния до центра галактики, оправдывается и допустимо для данной оценки. Максимальный диаметр спутника составляет 6.6 кпк.

#### 2.4.2. Оптические свойства атмосфер планет и межзвездной среды.

*Задание категории 1.* На северном полюсе Земли проводятся наблюдения Солнца в моменты весеннего и осеннего равноденствий. Когда Солнце будет видно выше над горизонтом? Величину атмосферного давления считать одинаковой в обоих случаях.

*Решение.* Если бы у Земли не было атмосферы, в моменты обоих равноденствий на северном полюсе центр диска Солнца находился бы точно на горизонте. В действительности Солнце находится выше благодаря атмосферной рефракции – преломлению лучей света при входе во все более плотные слои атмосферы. Величина рефракции зависит от атмосферных условий, увеличиваясь с плотностью воздуха, которая, в свою очередь, при постоянном атмосферном

давлении растет с падением температуры. Во время весеннего равноденствия на северном полюсе холоднее, и при равном давлении Солнце будет видно чуть выше, чем в осеннее равноденствие.

*Задание категории 2.* Предположим, Солнечная система пролетает сквозь плотное облако межзвездной пыли, поглощающей излучение. Плотность этой пыли (одинаковая во всех областях Солнечной системы) столь высока, что полная Луна стала светить на  $1^m$  слабее. Чему станет равен блеск Сатурна в противостоянии, который в отсутствие пыли составлял  $0^m$ ?

*Решение.* Интенсивность излучения, проходящего путь  $l$  сквозь поглощающее вещество (пыль), ослабляется в соответствии с формулой:

$$I = I_0 e^{-k \cdot l}$$

где  $k$  – коэффициент поглощения. Соответственно, звездная величина  $m$  какого-либо объекта, излучение которого прошло путь  $l$  сквозь однородную пыль, связана со звездной величиной этого же объекта в отсутствие пыли линейным законом:

$$m = m_0 + E \cdot l, \quad E = 1.08 \cdot k.$$

Применяя эту формулу к Луне, видимой с Земли, мы должны учесть, что Луна не светит самостоятельно, а лишь отражает свет Солнца, который на пути к Луне также испытывал поглощение. Поэтому в качестве длины пути мы должны взять сумму расстояний от Солнца до Луны и от Луны до Земли. С хорошей точностью эта сумма равна 1 а.е., следовательно величина  $E$  составляет  $1^m/\text{а.е.}$

Применяя ту же формулу к Сатурну, также отражающему солнечный свет, мы берем величину  $l$  как сумму расстояний от Солнца до Сатурна (9.5 а.е) и от Сатурна до Земли в противостоянии (8.5 а.е.). Выходит, что Сатурн в этом случае был бы виден как звездочка  $18^m$ , доступная только средним и крупным телескопам.

*Задание категории 3.* Известно, что из-за атмосферной рефракции в любом месте Земли Солнце раньше встает и позже заходит (в средней полосе России разница времен восхода и захода достигает нескольких минут). Значит, вся наша планета получает больше солнечной энергии, чем получала бы в случае отсутствия рефракции. Так откуда же берется дополнительная энергия?

*Решение.* На рисунке в несколько утрированном виде показан ход лучей Солнца вблизи тех районов Земли, где само Солнце находится вблизи горизонта.



Мы видим, что благодаря рефракции Земля действительно задерживает несколько большее количество солнечной энергии, чем это было бы без наличия атмосферы.

Однако попробуем разобраться в ситуации более подробно. Толщина плотных слоев атмосферы несопоставимо меньше размеров Земли, в то же время рефракция достаточно заметно увеличивает площадь поверхности Земли, освещенной лучами Солнца. Парадокс разрешается тем, что явление рефракции не только «приподнимает» светила вблизи горизонта, но и существенно ослабляет их яркость. На рисунке мы видим, что солнечные лучи из параллельных становятся расходящимися, и их плотность значительно убывает. Дополнительная энергия на освещение большей площади берется за счет уменьшения яркости Солнца не только там, где оно находится на горизонте, но и там, где оно располагается чуть выше горизонта. Указанный эффект получил название «рефракционная дивергенция» и существенно уменьшает, кстати, поверхностную яркость Луны во время ее затмений.

### 2.4.3. Законы излучения.

*Задание категории 1.* С целью калибровки аппаратуры и определения прозрачности атмосферы были измерены сигналы фотоэлектронного умножителя от ярких звезд Арктура и Капеллы. И хотя эти звезды имеют близкую звездную величину и располагались на одинаковой высоте над горизонтом, сигналы сильно отличались. От какой из этих звезд сигнал мог быть больше и почему?

*Решение.* В условии не сказано, в какой области спектра проводились измерения. А ведь известно, что яркость излучения холодных (красных) звезд резко убывает в синих лучах (на это указывает формула Планка). Поэтому если измерять яркости Арктура и Капеллы с синим или фиолетовым светофильтром, то, несмотря на близкие видимые звездные величины, сигнал от оранжевого Арктура окажется значительно меньше, чем от желтой Капеллы.

*Задание категории 2.* По интегральной светимости звезда **A** в четыре раза превосходит звезду **B**, однако в дальней инфракрасной области спектра звезда **B** вдвое ярче звезды **A**. Найдите отношение радиусов и температур двух звезд. Излучение звезд считать чернотельным.

*Решение.* Для абсолютно черного тела справедлив закон Стефана-Больцмана, в соответствии с которым полная светимость звезды пропорциональна  $R^2 T^4$ , где  $R$  и  $T$  – ее радиус и температура. В дальней инфракрасной области, на длинах волн,

существенно превосходящих длину волны максимума излучения, по закону Релея-Джинса светимость будет пропорциональна  $R^2T$ . Для звезд **A** и **B** получаем:

$$\left(\frac{R_A}{R_B}\right)^2 \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^4 = 4,$$
$$\left(\frac{R_A}{R_B}\right)^2 \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{2}.$$

Из этих соотношений можно получить, что у звезды **B** вдвое больший радиус, но вдвое меньшая температура, чем у звезды **A**.

*Задание категории 3.* Если мы могли бы увеличивать температуру звезды до бесконечности, но чтобы при этом она оставалась абсолютно черным телом, как изменялся бы ее показатель цвета В–V?

*Решение.* Казалось бы, показатель цвета, равный разности звездных величин в синей полосе В и желто-зеленой полосе V, при увеличении температуры должен постоянно уменьшаться, так как максимум излучения звезды будет смещаться в более коротковолновую область. Однако, когда температура звезды станет очень большой, обе цветовые полосы окажутся в длинноволновой (по отношению к максимуму) области спектра. Зависимость интенсивности излучения на единицу частоты  $I_\nu$  от частоты  $\nu$  в этой области описывается формулой Релея-Джинса:

$$I_\nu = \frac{2kT\nu^2}{c^2}.$$

Здесь  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура и  $c$  – скорость света. Показатель цвета есть логарифм отношения интенсивности излучения на двух частотах, которое, как видно из формулы, перестает зависеть от температуры. Тем самым, показатель В–V не уменьшается бесконечно, а стремится к пределу, определяемому соотношением частот и формой спектральных полос В и V и составляющему около  $-0.32^m$ .

#### 2.4.4. Спектры звезд.

*Задание категории 1.* Какие линии являются самыми сильными в спектре Солнца? Веги?

*Решение.* Вега – звезда спектрального класса A0 с температурой поверхности 10000 К. В спектре этой звезды резко выделяются линии бальмеровской серии водорода. В спектре Солнца (класс G2) эти линии тоже есть, но они значительно слабее. Для их появления необходим атомарный водород на возбужденном уровне, которого при температуре 6000 К остается мало. Самыми сильными линиями в спектре Солнца являются линии H и K ионизованного кальция.



*Задание категории 2.* Предположим, в один момент поверхность Солнца остыла с 6000 до 5000 К. Оцените, как изменится вид спектральных линий бальмеровской серии водорода.

*Решение.* Для решения задачи вспомним, что бальмеровские линии поглощения образуются при переходе электрона в атоме водорода со второго на более высокий уровень. Насколько заметными будут эти линии – зависит от количества атомов водорода в возбужденном состоянии с электроном, находящимся на втором уровне. При температурах 5000 и 6000 К степень ионизации водорода очень мала, и подавляющее большинство атомов водорода находятся в невозбужденном состоянии, то есть с электроном на первом уровне. Отношение числа атомов с электронами на втором и первом уровнях выражается формулой Больцмана:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{E_{12}}{kT}}.$$

Здесь  $g_1$  и  $g_2$  – статистические веса двух состояний атома водорода,  $E_{12}$  – разница энергий двух уровней,  $k$  – постоянная Больцмана и  $T$  – температура. Нас будет интересовать только экспоненциальный множитель, так как он зависит от температуры. Энергия  $E_{12}$  вычисляется по формуле Ридберга:

$$E_{12} = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R.$$

Здесь  $R$  – энергия ионизации водорода, равная 13.6 эВ или  $2.18 \cdot 10^{-18}$  Дж. Отношение  $E_{12}/k$  составляет около 118.5 тысяч кельвин, что значительно выше температуры  $T$ . Поэтому при изменении  $T$  от 6000 до 5000 К экспоненциальный множитель уменьшится сразу в 52 раза. Во столько раз уменьшится количество атомов водорода, способных образовывать бальмеровские линии, и эти линии существенно ослабнут.

*Задание категории 3.* Как астрономы различают горячие звезды, покрасневшие в результате межзвездного поглощения света, и действительно красные холодные звезды?

*Решение.* Покрасневшие в результате поглощения и действительно холодные звезды различаются прежде всего по спектру. У горячей звезды в спектре будут видны линии с высокой энергией возбуждения, которых не может быть у холодной звезды. Именно линии являются основой спектральной классификации звезды, поэтому поглощение не влияет на спектральный класс.

Кроме этого, отличить горячую звезду с поглощением от холодной звезды можно и по ее двум показателям цвета, например (U–B) и (B–V). Изменение

температуры и поглощение по-разному влияют на соотношение этих цветов, поэтому в большинстве случаев температуру можно определить, нанеся положение звезды на график, по осям которого отложены показатели цвета. Этот график называется трехцветной диаграммой.

#### 2.4.5. Спектры излучения разреженного газа.

*Задание категории 1.* Существует ли связь между планетарными туманностями и планетами?

*Решение.* Такой связи нет. Планетарные туманности получили такое название из-за того, что некоторые из них напоминали диски планет. Из-за наличия в своем спектре запрещенных линий азота и кислорода некоторые туманности напоминали диски Урана и Нептуна еще и по цвету. К тому же, круглая туманность с яркой звездой посередине наводила некоторых астрономов эпохи Гершелей на мысль, что это – формирующаяся в соответствии с гипотезой Канта и Лапласа планетная система. Но все это – лишь кажущееся сходство двух совершенно разных типов небесных объектов.

*Задание категории 2.* В планетарных туманностях наблюдаются очень яркие «небулярные» линии азота и кислорода. Условием их возникновения является то, что за время нахождения в возбужденном состоянии атом не должен столкнуться ни с одним из электронов окружающей среды. Оцените среднюю концентрацию электронов в планетарной туманности, если известно, что по относительной интенсивности этих линий температура составляет 10000К, а время жизни около 50 сек. Масса электрона равна  $9.1 \cdot 10^{-31}$  кг, эффективное сечение взаимодействия атома с электроном равно  $10^{-20}$  м<sup>2</sup>.

*Решение.* Оценим скорость свободного электрона в планетарной туманности по формуле:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}}$$

При температуре  $T$ , равной 10000 К, средняя тепловая скорость электрона равна  $6.74 \cdot 10^5$  м/с. За время жизни атома в метастабильном состоянии  $\Delta t$  электрон пролетит расстояние, равное  $v\Delta t$ , и столкнется с атомом, если последний находится внутри “трубки” объемом  $\sigma v\Delta t$ , где  $\sigma$  – сечение взаимодействия атома с электроном. Очевидно, что если суммарный объем всех этих “трубок” покроет весь объем туманности, то вероятность того, что атом в метастабильном состоянии не столкнется с электроном, будет очень мала, если же он будет меньшим, то мы увидим “небулярные” линии в спектре туманности. Математически последнее условие можно записать как

$$n \sigma v \Delta t < 1,$$

из чего следует, что небулярные линии будут видны в спектре туманности, если электронная плотность внутри нее не превосходит  $3 \cdot 10^{12} \text{ м}^{-3}$ .

*Задание категории 3.* Имеется планетарная туманность, ядро которой – очень горячая звезда с температурой 80000 К. Значительная часть излучения звезды поглощается в туманности. Почему же сквозь туманность видны далекие галактики?

*Решение.* Такая горячая звезда, как ядро туманности, излучает большую часть своей энергии в далеком ультрафиолете. Вещество туманности, а это в основном водород, эффективно поглощает ультрафиолетовое излучение, идущее на ионизацию водорода. В видимой области спектра туманность прозрачна и для излучения центральной звезды и для излучения просвечивающих сквозь нее далеких галактик.

*Задание категории 4.* Яркая туманность размером  $1^\circ$  представляет собой остаток вспышки сверхновой, произошедшей 10 тысяч лет назад. Сквозь туманность хорошо видны более далекие объекты, а в ее спектре видна яркая широкая линия водорода  $\text{H}\alpha$ , занимающая область длин волн от 6541 до 6585 ангстрем. Туманность подсвечивается находящейся неподалеку очень горячей звездой спектрального класса O, имеющей блеск  $3^m$ . Оцените радиус этой звезды.

*Решение.* Туманность, излучая свет, остается прозрачной, поэтому сквозь нее видны более далекие объекты. В центральной части туманности мы регистрируем излучение как ее передних краев, движущихся по направлению к нам, так и удаляющиеся задние области. Скорость расширения туманности связана с длинами волн краев полосы  $\text{H}\alpha$  соотношением

$$v = c \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{\lambda_{\max} + \lambda_{\min}},$$

из которого мы получаем значение скорости, равное 1000 км/с. Считая эту скорость постоянной во времени, получаем, что за 10000 лет радиус туманности достиг  $3.16 \cdot 10^{14}$  км или 10 пк. При этом ее видимый диаметр составляет  $1^\circ$  или 0.017 радиан, из чего можно вычислить расстояние до туманности, равное  $r = (10 \cdot 2 / 0.017) = 1145$  пк. Вычислим абсолютную звездную величину горячей звезды, подсвечивающей туманность:

$$M = m + 5 - 5 \lg r = -7.3.$$

Светимость этой звезды в 64000 раз превосходит светимость Солнца. К спектральному классу O относятся самые горячие звезды, с температурой поверхности около 50000 К. Радиус звезды определяется из соотношения

$$\frac{R}{R_0} = \sqrt{\frac{I}{I_0}} \left( \frac{T_0}{T} \right)^2.$$

Здесь  $R_0$ ,  $I_0$  и  $T_0$  – радиус, светимость и температура поверхности Солнца. Подставляя численные значения, получаем, что радиус звезды составляет 3.64 радиуса Солнца или 2.54 млн км.

#### 2.4.6. Представление о внутреннем строении и источниках энергии Солнца и звезд.

*Задание категории 1.* Молярная масса вещества солнечных недр близка к 0.6. Почему она меньше единицы? Оцените полное число частиц, составляющих Солнце.

*Решение.* Молярная масса газа – это среднее значение массы одной частицы газа, выраженное в атомных единицах массы. Основная составляющая солнечного вещества – это водород с атомной массой 1. Но в солнечных недрах водород практически полностью ионизован, и вместо каждого его атома появляются сразу две независимые частицы – протон и электрон. Масса электрона значительно меньше массы протона, и в итоге молярная масса вещества оказывается равной 0.5. В действительности молярная масса несколько больше (прежде всего, за счет значительного присутствия гелия), составляя, как сказано в условии задачи, 0.6.

Полное число частиц, составляющих Солнце, оценивается следующим образом:

$$N = \frac{M_0}{0.6 m_p} \approx 2 \cdot 10^{57}.$$

Здесь  $M_0$  – масса Солнца,  $m_p$  – атомная единица массы. Вклад в массу наружных неионизованных слоев, где молярная масса больше, пренебрежимо мал.

*Задание категории 2.* Звезда с массой 4 массы Солнца и с таким же химическим составом имеет абсолютную звездную величину на 5<sup>m</sup> меньше, чем Солнце, и находится на главной последовательности. Какова продолжительность жизни этой звезды на главной последовательности, если она сходит с нее после того, как около 10% водорода, входящего в ее состав, превратится в гелий? Учтите, что одно ядро гелия имеет массу, на  $4.7 \cdot 10^{-29}$  кг меньшую, чем четыре ядра водорода. Массу протонов и нейтронов считать одинаковой и равной  $1.6 \cdot 10^{-27}$  кг.

*Решение.* Определим эффективность ядерных реакций превращения водорода в гелий, то есть количество энергии в расчете на одно израсходованное ядро водорода (протон). Обозначим массу протона и нейтрона через  $m$ , а «дефект массы» – разницу масс четырех протонов и ядра гелия – через  $\Delta m$ . Энерговыделение на один протон будет равно

$$E_1 = \frac{\Delta mc^2}{4} = 1.06 \cdot 10^{-12} \text{ Дж.}$$

По условию задачи, масса звезды составляет 4 массы Солнца или  $8 \cdot 10^{30}$  кг. Водород составляет 70% массы этой звезды, и 10% этого водорода превратится в гелий. В итоге, полная масса сгорающего водорода  $M$  составляет 7% массы звезды или  $5.6 \cdot 10^{29}$  кг. Общее количество энергии, которое при этом выделится, составляет

$$E_0 = E_1 \frac{M}{m} = 3.6 \cdot 10^{44} \text{ Дж.}$$

Светимость звезды  $L$ , как видно по абсолютной звездной величине, составляет 100 светимостей Солнца или  $3.88 \cdot 10^{28}$  Вт. Время жизни звезды на главной последовательности равно

$$T = \frac{E_0}{L} = 9.3 \cdot 10^{15} \text{ с}$$

или около 300 миллионов лет.

*Задание категории 3.* Оцените отношение чисел фотонов и нейтрино, ежесекундно излучаемых Солнцем. При синтезе одной  $\alpha$ -частицы выделяется энергия 26.7 МэВ, причем нейтрино уносят лишь малую часть этой энергии.

*Решение.* Максимум в спектре Солнца приходится на желто-зеленую область спектра. Энергия одного фотона с длиной волны  $\lambda$ , равной 5500 А, составляет

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

то есть  $3.6 \cdot 10^{-19}$  Дж или около 2 эВ. Таким образом, синтез одной  $\alpha$ -частицы сопровождается выделением 13.3 миллионов фотонов. Но мы знаем, что при том же синтезе  $\alpha$ -частицы, точнее, при образовании двух необходимых для этого ядер дейтерия, выделяются два нейтрино. Таким образом, Солнце излучает примерно в 7 миллионов раз больше фотонов, нежели нейтрино.

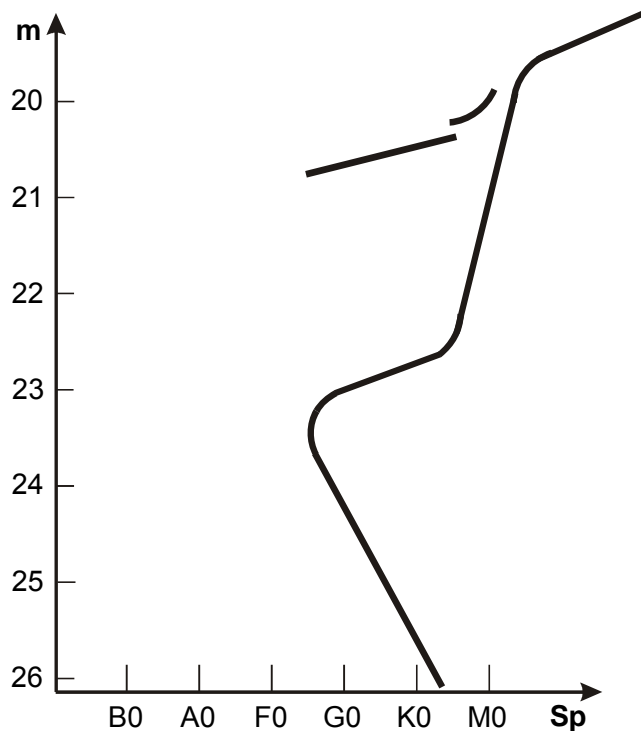
#### 2.4.7. Эволюция Солнца и звезд.

*Задание категории 1.* Температура в центре Солнца 15 млн К, и там протекают термоядерные реакции. Почему же у белого карлика Сириус В, температура внутри которого оценивается в 40 млн К, эти реакции не протекают?

*Решение.* В недрах Солнца много водорода, для горения которого температуры в 15 млн К вполне достаточно. А в недрах Сириуса В водород уже выгорел в

процессе эволюции этой звезды, и там есть только гелий с примесью более тяжелых элементов. Для горения гелия температуры в 40 млн К недостаточно.

*Задание категории 2.* На рисунке показана диаграмма “спектр – видимая звездная величина” для звезд некоторого звездного скопления, находящегося в одной из галактик. Оцените примерный возраст звездного скопления. При решении считайте, что содержание тяжелых химических элементов в звездах скопления такое же, как на Солнце, а межзвездным поглощением можно пренебречь. Что вы можете еще сказать об этом скоплении и составляющих его звездах?



*Решение.* На диаграмме видна часть главной последовательности, которую образуют слабые звезды, не исчерпавшие водород в своих недрах. Если содержание тяжелых элементов у них совпадает с солнечным, то звезды спектрального класса G2 имеют такую же светимость, как у Солнца. По диаграмме можно видеть, что видимый блеск этих звезд составляет  $24.4^m$ . Главная последовательность обрывается на звездах спектрального класса F6, имеющих блеск  $23.7^m$ . В их недрах в настоящий момент окончилось горение водорода. Светимость этих звезд в 1.9 раз превосходит светимость Солнца. Учтем, что светимость звезды на главной последовательности пропорциональна примерно третьей степени ее массы, а время жизни на главной последовательности обратно пропорционально квадрату массы или светимости в степени  $(-2/3)$ . Выходит, звезды, в которых водород только что выгорел, находятся на главной последовательности примерно в 1.5 раза меньше времени, чем Солнце. Время жизни Солнца на главной последовательности составляет примерно 12 млрд. лет, следовательно, возраст скопления – около 8 млрд. лет. Такой большой возраст могут иметь только массивные гравитационно устойчивые шаровые скопления.

Кроме этого, мы можем оценить расстояние до скопления, если предположить, что поглощение света на пути от скопления до наблюдателя мало. Так как видимый блеск звезд солнечного типа равен  $24.4^m$ , а абсолютная видимая звездная величина Солнца составляет  $4.8^m$ , расстояние до скопления оказывается равным примерно 85 кпк, то есть скопление находится в одной из ближайших галактик Местной группы.

*Задание категории 3.* Вам наверняка знакомо рассеянное звездное скопление Гиады в созвездии Тельца, украшенное ярко-красной звездой Альдебараном. Как вы думаете, относится ли Альдебаран к звездному скоплению, или лишь случайно проецируется на ту же область неба? Можно ли ответить на этот вопрос, не используя какую-либо дополнительную информацию об Альдебаране и Гиадах?

*Решение.* Гиады, как и любое другое рассеянное звездное скопление, быстро (в мерках продолжительности жизни звезд) распадается. Единую систему его звезды образуют только при своем образовании и на самых ранних стадиях жизни. Поэтому все звезды рассеянных скоплений достаточно молодые. Они находятся на главной последовательности, и только самые горячие голубые сверхгиганты начинают сходиться с нее. В этом случае самые яркие звезды скопления будут иметь голубой или белый, но никак не красный цвет.

Красный Альдебаран, превосходящий Гиады по видимому блеску, либо находится ближе к нам, либо является красным гигантом – звездой с возрастом, значительно превосходящим возраст Гиад (на самом деле имеет место и то, и другое). В любом случае информации, приведенной в условии задачи, достаточно, чтобы установить лишь случайное совпадение положения Альдебарана и Гиад на небе.

*Задание категории 4.* Затменная переменная звезда большую часть времени имеет блеск  $4.6^m$ , однако каждые 45.5 дней ее блеск ослабевает до  $4.7^m$ . Параллакс звезды составляет  $0.01''$ . Спектральные измерения лучевых скоростей показали наличие двух компонент с амплитудами  $\pm 15$  км/с у более яркой и  $\pm 105$  км/с у более слабой компоненты, период их изменения был равен периоду колебаний блеска. Дальнейшие исследования показали, что яркая компонента является звездой-гигантом, вещество которого перетекает на спутник – белый карлик, образуя вокруг него аккреционный диск. Оцените темп аккреции вещества гиганта на белый карлик (в массах Солнца в год), считая орбиты звезд круговыми и принимая радиус белого карлика равным радиусу Земли.

*Решение.* Так как мы наблюдаем затмения, Земля находится вблизи плоскости орбит двух компонент двойной системы и вблизи плоскости аккреционного диска. Размеры белого карлика и толщина аккреционного диска много меньше размеров гиганта, и падение блеска может вызвать только затмение карлика гигантом. Раз при этом суммарный блеск системы уменьшается на  $0.1^m$ , значит светимость белого карлика примерно в 10 раз меньше светимости звезды-гиганта.



Зная период обращения  $T$  (45.5 суток или  $1/8$  года) и относительную скорость звезд  $v$  (120 км/с), мы получаем расстояние между звездами:

$$R = \frac{vT}{2\pi} = 0.5 \text{ а.е.}$$

По III обобщенному закону Кеплера получаем, что суммарная масса системы составляет 8 масс Солнца. При этом амплитуда изменения скорости у белого карлика в 7 раз больше, чем у гиганта, следовательно, масса гиганта – 7 масс Солнца, масса карлика – 1 масса Солнца.

Во время затмения мы видим только звезду-гигант, ее блеск  $m$  на нашем небе равен  $4.7^m$ , из измерений параллакса расстояние до нее  $r=100$  пк. Следовательно, абсолютная звездная величина гиганта равна

$$m_0 = m + 5 - 5 \lg r = -0.3,$$

то есть светимость гиганта в 100 раз больше солнечной. Светимость белого карлика  $I$  получается равной 10 светимостям Солнца, т.е.  $3.88 \cdot 10^{27}$  Вт.

Для оценки темпа аккреции примем, что вся кинетическая энергия падающего на белый карлик вещества за период времени  $\Delta t$  переходит в излучение. Эта же величина равна потенциальной энергии упавшего вещества со знаком минус:

$$I \Delta t = GMM^* \Delta t \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{d} \right),$$

где  $M$  и  $r$  – масса и радиус белого карлика,  $d$  – расстояние от белого карлика до точки либрации, с которой начинается аккреция,  $M^*$  – темп аккреции. Расстояние  $d$ , по порядку величины равно расстоянию между звездами  $R$ , значительно больше радиуса белого карлика, и потенциальной энергией вещества в точке либрации можно пренебречь, исключая слагаемое  $(1/d)$  в последней формуле. Подставляя далее численные значения, получаем  $M^* = 1.9 \cdot 10^{14}$  кг/с или  $3 \cdot 10^{-9}$  масс Солнца в год.

#### 2.4.8. Строение и типы галактик.

*Задание категории 1.* Галактика имеет диаметр  $R=30$  кпк и толщину около  $d=600$  пк. Если в нашей Галактике вспыхивают 5 сверхновых за 100 лет, то как часто можно ожидать, что взрыв сверхновой произойдет в окрестности нашей Солнечной системы на расстоянии до 100 пк? Примечание: считать, что плотность населения звезд в Галактике везде одинакова.

*Решение.* Вначале отметим, что шар с радиусом  $r=100$  пк и центром в Солнце целиком находится внутри Галактики, так как его радиус значительно меньше полутолщины Галактики, а Солнце находится неподалеку от ее плоскости. Темп



вспышек сверхновых во всей Галактике составляет  $N=0.05$  шт/год. Для определения темпа вспышек сверхновых в окрестности Солнца умножим эту величину на отношение объемов окрестности и всей Галактики

$$n = N \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi R^2 d} = \frac{4Nr^3}{3R^2 d}.$$

Темп вспышек сверхновых в окрестностях Солнца получается равным  $1.27 \cdot 10^{-7}$  лет<sup>-1</sup>, то есть сверхновая вспыхивает там в среднем 1 раз за 8 миллионов лет.

*Задание категории 2.* На небе обитаемой планеты, находящейся в далекой галактике, наша Галактика с большим трудом различима в школьный телескоп. Найдите расстояние до галактики.

*Решение.* В школьный телескоп на пределе видимости можно различить галактики до  $12^m$ . Абсолютная звездная величина нашей Галактики составляет около  $-20.5^m$ . Обозначая эти величины как  $m$  и  $M$  соответственно, определим расстояние  $r$ , с которого наша Галактика с трудом была бы видна в школьный телескоп:

$$\lg r = 1 + 0.2(m - M).$$

Расстояние оказывается равным 31.6 Мпк.

*Задание категории 3.* Многие галактики представляют собой звездный диск, вблизи плоскости симметрии которого находится значительно более тонкий слой газопылевой среды, вызывающий ослабление и покраснение проходящего через нее света. Допустим, что если бы поглощения света не существовало, то показатель цвета звездного диска  $(B-V)_0$  составил бы 0.6. Пусть свойства поглощающего слоя таковы, что свет, проходящий сквозь него перпендикулярно плоскости диска, ослабляется примерно на 15% в спектральном диапазоне V и на 35% в диапазоне B. Оцените показатель цвета галактики для наблюдателя, который видит ее диск “плашмя”, и проиллюстрируйте качественно (без подробных вычислений), с помощью графика  $(B-V)(i)$ , какой вид должна иметь зависимость наблюдаемого показателя цвета галактики от угла наклона  $i$  диска к лучу зрения в интервале  $0^\circ < i < 90^\circ$ . Считать угол  $i$  равным  $0^\circ$  для положения диска “плашмя” и  $90^\circ$  для положения “с ребра”.

*Решение.* Излучение, приходящее от галактики – это сумма излучения двух половин диска: одна обращена к наблюдателю, и ее свет не испытывает поглощения, а другая, более далекая половина, светит сквозь поглощающий слой. Если  $I_0$  – световая энергия, которая приходила бы от галактики в отсутствие поглощения, то при наличии пылевого слоя суммарная энергия света, приходящая от обеих половин диска, составит

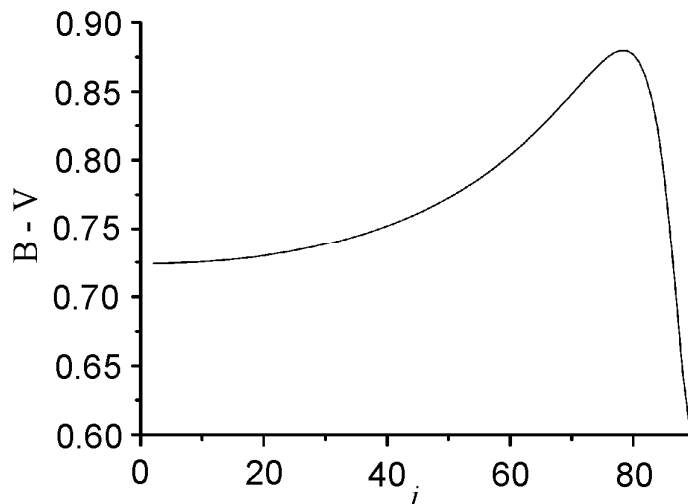
$$I = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2}k,$$

где  $k < 1$  – коэффициент ослабления света для более далекой от наблюдателя половинки диска, равный, по условию задачи, 0.85 для цветовой полосы V и 0.65 для полосы B. Найдем отношение ослабленного потока света от галактики к величине  $I_0$ :

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1+k}{2}.$$

Эта величина составляет 0.925 для полосы V и 0.825 для полосы B. Соответствующие изменения блеска равны  $0.085^m$  и  $0.209^m$ . Показатель цвета (B–V) увеличится с 0.6 до 0.724.

По мере увеличения угла наклона  $i$  поглощение и избыток цвета будут нарастать, поскольку путь лучей света от дальней половины диска сквозь слой пыли удлиняется пропорционально  $\sec(i)$ . Но когда угол  $i$  будет приближаться к  $90^\circ$ , пылевой слой станет почти непрозрачным. Поэтому вклад дальней покрасневшей половины в полную яркость галактики окажется небольшим, а ее влияние на цвет галактики уменьшится. Покраснение галактики начнет падать с ростом  $i$ . Если диск галактики будет повернут к нам ребром, показатель цвета приблизится к значению, которое он бы имел при отсутствии поглощения, поскольку свет от испытавших покраснение областей практически не дойдет до наблюдателя.



*Задание категории 4.* С самого края большой спиральной галактики, удаленной от нас на 2 Мпк и видимой на Земле «с ребра» как тонкая нить размером  $1^\circ$ , был получен радиосигнал, похожий на позывные далекой цивилизации. С помощью телескопа с фокусным расстоянием 2 метра и дифракционной решетки с разрешением 5 А/мм со щелью, направленной вдоль оси галактики, был получен ее спектр. Линии в желто-зеленой части спектра (5500 А) оказались

наклоненными под углом  $5^\circ$  к нормальному положению. В какую область галактики нужно послать ответный сигнал далекой цивилизации? Орбиты звезд вокруг центра галактики считать круговыми.

*Решение.* Расстояние до галактики  $D$  составляет 2 Мпк, а ее угловой радиус  $r$  равен  $0.5^\circ$  или 0.0087 радиан, следовательно, радиус галактики  $R$  равен 17.5 кпк. При фокусном расстоянии телескопа 2 метра изображение радиуса галактики будет иметь размер 17.5 мм. При этом конец изображения будет сдвинут на  $17.5 \cdot \sin 5^\circ = 1.52$  мм, то есть спектральные линии в зеленой области спектра (5500 А) будут сдвинуты на 7.6 А, что дает величину орбитальной скорости на краю галактики:

$$v = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 414.5 \text{ км/с.}$$

Считая орбиты звезд круговыми и зная радиус галактики  $R$  и орбитальную скорость на ее краю  $v$ , мы находим период обращения:

$$T = \frac{2\pi R}{v}.$$

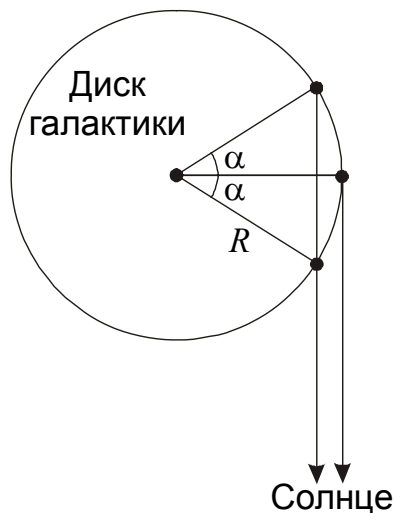
Сигнал от галактики до Земли и обратно дойдет за время

$$t = \frac{2D}{c}.$$

За это время точка, из которой был отправлен сигнал, повернется относительно центра Галактики на угол

$$\alpha = \frac{2\pi t}{T} = \frac{2Dv}{Rc},$$

что в градусной мере составляет  $18.1^\circ$ .



Вне зависимости от того, приближается данная точка к Земле или удаляется от нее (см. рисунок), ответный сигнал нужно посылать под углом

$$\beta = r \cos \alpha = 0.47^\circ$$

к центру галактики.

#### 2.4.9. Основы космологии.

*Задание категории 1.* Определите галактический параллакс квазара с красным смещением  $z=0.1$ .

*Решение.* Расстояние до квазара можно вычислить по закону Хаббла. Величина  $z$  невелика, и можно пользоваться нерелятивистской формулой для эффекта Доплера. Расстояние до квазара составляет

$$d = \frac{c \cdot z}{H},$$

что равно  $4.6 \cdot 10^8$  пк. Галактический параллакс есть угол, под которым с этого расстояния виден радиус орбиты Солнца вокруг центра нашей Галактики  $r$ , равный 8 кпк. Этот угол равен

$$\pi_G = \frac{r}{d} = 1.7 \cdot 10^{-5}$$

или  $3.5''$ .

*Задание категории 2.* Скопление галактик состоит из 10000 одинаковых галактик с блеском  $18^m$  каждая. Все скопление на земном небе имеет угловой диаметр  $5^\circ$ . Спектральные измерения показали, что красное смещение скопления составляет 0.1, а разность лучевых скоростей отдельных галактик и лучевой скорости скопления достигает  $\pm 500$  км/с. Считая, что все галактики состоят из звезд, похожих на Солнце, определите вклад «темной материи» в массу скопления.

*Решение.* Определим расстояние до скопления галактик по закону Хаббла:

$$d = \frac{c z}{H} = 460 \text{ Мпк.}$$

Угловой радиус скопления галактик  $\gamma$  равен  $2.5^\circ$ , следовательно, пространственный радиус составляет

$$R = d \sin \gamma = 20 \text{ Мпк.}$$

Максимальная разность лучевых скоростей отдельных галактик и всего скопления примерно равна круговой скорости на краю скопления  $v$ . Из этого можно получить полную массу скопления галактик:

$$M = \frac{v^2 R}{G} = 1.2 \cdot 10^{15} M_0.$$

Здесь  $M_0$  – масса Солнца. Определим теперь суммарную массу всех звезд скопления. Абсолютная звездная величина каждой из галактик равна

$$m_0 = m + 5 - 5 \lg d = -20.3.$$

Если считать, что каждая звезда похожа на Солнце с абсолютной звездной величиной  $+4.7^m$ , то каждая галактика содержит примерно  $10^{10}$  звезд, и суммарная масса звезд скопления будет равна  $10^{14} M_0$ . Мы видим, что звезды составляют лишь 8% массы всего скопления галактик, остальные 92% приходятся на темную материю.

*Задание категории 3.* Астрономы, изучая далекие галактики с красным смещением  $z=3$  и более, обнаружили, что они в среднем ярче таких же галактик в нашей окрестности. С чем, по вашему мнению, это может быть связано?

*Решение.* Основная причина, которая может вызвать увеличение яркости далеких галактик – гравитационное линзирование. На таких больших расстояниях вероятность случайного попадания массивного тела (другой галактики, скопления галактик) на луч зрения становится достаточно большой. В этом случае вместо одного изображения галактики до нас дойдет два или больше, причем как минимум одно изображение будет усилено. Это и приведет к кажущемуся усилению яркости галактик.

Кроме этого, мы видим далекие галактики такими, какими они были миллиарды лет назад. В это время другим был и химический состав звезд, входящих в галактики. В них могло быть значительно меньше тяжелых элементов, которые являются главными источниками непрозрачности фотосфер звезд типа Солнца. В результате, звезды при тех же массах обладали другими спектральными характеристиками и несколько иным положением на диаграмме Герцшпрунга-Рассела. Это также могло сказаться на яркости галактик.

#### **2.4.10. Приемники излучения и методы наблюдений.**

*Задание категории 1.* Для того, чтобы измерить годичный параллакс ядра нашей Галактики, предложено построить радиоинтерферометр с далеко отстоящими антеннами и наблюдать «точечный» источник в ядре. Каким примерно должно быть расстояние между антеннами, если предполагается вести наблюдения на длине волны 1 см?

*Решение.* Центр Галактики находится на расстоянии 8 кпк от Солнца, и его параллакс  $\pi_0$  составит  $1.25 \cdot 10^{-4}''$  или  $6 \cdot 10^{-10}$  радиан. Предел разрешения радиоинтерферометра равен  $\lambda/d$ , где  $\lambda$  – длина волны, а  $d$  – расстояние между антеннами. Получается, что для достижения цели на длине волны 1 см антенны нужно развести на расстояние около 16500 км, что больше диаметра Земли. Поэтому как минимум одну из антенн нужно разместить на космическом аппарате.

*Задание категории 2.* Астроном планирует провести наблюдения двойных звезд в видимой области спектра с помощью телескопа-рефлектора с диаметром зеркала 0.6 метра и фокусным расстоянием 3 метра, оснастив его ПЗС-камерой ST-9XE (размеры матрицы, состоящей из 262000 элементов, равны 10.2x10.2 мм). Какие самые тесные визуально-двойные звезды (с наименьшим угловым расстоянием между компонентами) он сможет обнаружить? Считать зеркало идеальным, а турбулентностью атмосферы пренебречь.

*Решение.* Возможности раздельного наблюдения двух компонентов двойной звезды зависят не только от разрешения телескопа, но и от размеров приемника излучения, в данном случае – от размера элемента изображения (или, как говорят астрономы, пикселя) ПЗС-матрицы. Вначале рассчитаем линейные размеры пикселя ПЗС-матрицы:

$$\delta = \sqrt{\frac{S}{N}} = 19.9 \text{ мкм.}$$

Здесь  $S$  – площадь всей матрицы, а  $N$  – число ее элементов. Затем найдем радиус кружка Эри (дифракционного пятна) на ПЗС-матрице:

$$r = 1.22 \cdot \lambda \cdot \frac{F}{D} .$$

Здесь  $F$  – фокусное расстояние объектива,  $D$  – его диаметр. Примем длину волны  $\lambda$  равной 0.55 микрон, что соответствует максимуму чувствительности человеческого глаза (или цветовой полосе V широкополосной фотометрической системы UVV). Тогда величина  $r$  окажется равной 3.4 мкм, что существенно меньше размеров элемента матрицы. Следовательно, при высоком теоретическом угловом разрешении изображения обоих компонентов часто будут попадать в один и тот же пиксель, и различить их будет невозможно. Поэтому реальный предел разрешения такой системы определяется размером пикселя. Соответствующее угловое разрешение будет равно

$$d = \frac{\delta}{F} = 6.6 \cdot 10^{-6} = 1.4'' .$$

вместо теоретического предела, равного, как легко показать,  $0.2''$ .

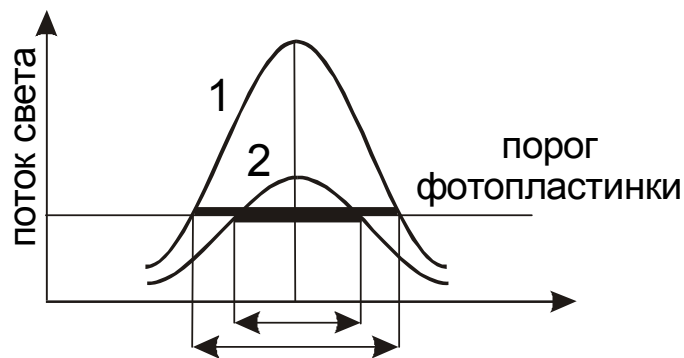
Если учесть, что реальное разрешение такого телескопа (связанное как с отклонением формы зеркала от идеальной, так и с наличием атмосферной турбулентности) составляет примерно  $1''$ , то можно думать, что астроном сделал оптимальный выбор ПЗС-камеры. Матрица с меньшим размером пикселя для проведения таких наблюдений вряд ли нужна.

*Задание категории 3.* Почему изображение звезды на фотопластинке имеет заметный диаметр, при этом, чем ярче звезда – тем больше диаметр?

*Решение.* Существует несколько причин, по которым изображение звезды на эмульсии фотопластинки получается не точечным, а размытым с повышенной яркостью в центре и спадающей – к краям:

- а) атмосферное дрожание изображений, вызванное движениями неоднородного воздуха;
- б) дифракция света в объективе телескопа;
- в) аберрации оптики телескопа;
- г) рассеяние света в фотоэмульсии как в обычной мутной среде;
- д) отражение света от обратной стороны фотопластинки.

Для ослабления последнего эффекта на обратную сторону пластинок наносят противоореольный слой, который поглощает свет, прошедший сквозь эмульсию и стекло. При проявлении пластинки противоореольный слой смывается.



Таким образом, распределение потока света в изображении звезды представляет собой подобие горы с круто поднятой вершиной и пологими склонами. С другой стороны, фотоэмульсия имеет некоторую пороговую чувствительность, а также слабый равномерный фон, связанный с излучением неба и химическими процессами в самой эмульсии. Это приводит к тому, что «пологие склоны» изображения звезды не проявляются на эмульсии. Заметное почернение вызывает только центральная часть изображения, лежащая выше определенного порога. Это напоминает ситуацию с подводной горой, поднимающейся над поверхностью океана. У слабой звезды ниже вершина, но форма склонов такая же, как у яркой. Поэтому диаметр ее «надводной» части меньше.

### РАЗДЕЛ 3.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ ШКОЛЬНИКОВ К УЧАСТИЮ В ОЛИМПИАДЕ

### § 3.1. Основные положения.

Предложенная в предыдущих разделах программа обучения школьников по астрономии рассчитана на 3 года, при этом рекомендуется дополнительное увеличение времени обучения за счет привлечения к начальному астрономическому образованию школьников моложе 9 класса. Астрономия – мировоззренческая наука, и ее основы, без сложных физических и математических приложений, должны закладываться в юном возрасте. Указанная специфика с учетом современных условий возлагает основную роль на учреждения дополнительного образования.

Крайне важной проблемой также является обеспечение эффективного самообразования заинтересованных школьников, обеспечение их необходимыми условиями и литературой. Для поддержки интереса школьников и стимулирования их непрерывного самообразования необходимо проведение конкурсов научных работ и соревнований по решению задач в домашних условиях. Эти же цели преследует Российская Открытая Заочная школьная астрономическая олимпиада.

Непосредственная подготовка школьников к этапам Всероссийской олимпиады по астрономии может эффективно проводиться только в рамках систематического образования. Суть этой подготовки сводится в акценте на решение олимпиадных задач четырех категорий в течение 20-30 часов занятий. Подготовительные занятия с учащимися проводят преподаватели учреждений дополнительного образования при участии членов региональных методических комиссий и организаторов предшествующих этапов олимпиады. При подготовке к Заключительному этапу Всероссийской олимпиады желательно участие педагогического работника, которому предстоит сопровождать команду региона на Заключительном этапе.

Предмет астрономии имеет также свою специфику организации занятий. Изучение астрономии рекомендуется начинать со знакомства со звездным небом, данный вопрос отражен в первом пункте предлагаемой программы для 9 класса. К первым занятиям по астрономии целесообразно привлекать и более молодых заинтересованных школьников. Учитывая климатические особенности большинства регионов России, подобные занятия целесообразно проводить в сентябре, пока еще достаточно тепло и много ясных дней. Так как темнота в сентябре наступает достаточно поздно, необходима организация внеурочного графика работы преподавателей дополнительного образования, рекомендуется активное содействие родителей учащихся.

Звездное небо содержит множество разных объектов, одновременное ознакомление с которыми может быть затруднительно для школьников. Для обеспечения последовательности процесса наблюдения необходимо начинать в вечерние сумерки, когда на небе будут видны только яркие звезды. По мере наступления ночи акцент переносится на более слабые объекты.



Целью астрономических занятий под открытым небом является не только ознакомление с наиболее примечательными объектами (яркими звездами, созвездиями), предусмотренное в первом пункте программы для 9 класса, но и начальное освещение материала следующих пунктов. Так, учащимся необходимо продемонстрировать суточное движение неба, обратить внимание на постепенное изменение времени восхода и захода звезд в последующие дни (для этого необходимо проведение нескольких занятий). Одновременно вводится понятие звездных суток и указывается, что их продолжительность не равна 24 часам.

С целью последовательного изучения материала в первые занятия не следует затрагивать Луну и планеты, нужным образом выбирая области неба. Аудиторное изучение вопросов, описываемых в пунктах 1.2.2 и 1.2.3 настоящего издания, наиболее эффективно только после занятий под открытым небом. Необходима четкая последовательность рассмотрения вопросов 1.2.2 и 1.2.3 – переход к движению Земли по орбите и годичным изменениям вида звездного неба возможен только после полного усвоения вопроса «Небесная сфера». Жесткое требование последовательности рассмотрения вопросов характерно для всей программы 9 класса, в частности, крайне сложный вопрос о движении Луны, как естественного спутника Земли, изучается только после кинематики и механики Солнечной системы.

При рассмотрении пункта 1.2.5 (Движение небесных тел под действием тяготения) необходимо добиться от учащихся четкого понимания смысла выражений для различных физических величин (космических скоростей и т.д.) и умения их выводить, так как это позволит овладеть физическим аппаратом, важным для дальнейшего образования и позволяющим решать широкий класс олимпиадных задач. Перед рассмотрением данного вопроса рекомендуется провести тестирование школьников на предмет владения соответствующим разделом курса физики – всемирное тяготение, законы Ньютона.

Пункты 1.2.9 – 1.2.12 программы 9 класса являются, по сути, вводным ознакомительным курсом в астрофизику и звездную астрономию, более подробное освещение которых предполагается в 10 и 11 классах. Данные пункты рекомендуется преподавать в менее формализованной, но более занимательной форме. Целесообразно проведение научно-популярных лекций ученых, на которые можно приглашать учеников разных классов как для закрепления знаний, так и для привлечения юных школьников к изучению астрономии с будущего учебного года.

Предлагаемая программа обучения астрономии и подготовки к Всероссийской олимпиаде для 10 и 11 классов связана с астрономическими объектами, экспериментальными данными и методами исследований, которыми оперирует современная астрономическая наука. Фактический объем материала достаточно велик, что указывает на необходимость как минимум двух лет на его изучение, начиная с 10 класса. Многие вопросы тесно связаны с понятиями и явлениями, изучаемыми параллельно в курсе физики. В зависимости от того, в каком из курсов – физики или астрономии – раньше вводится то или иное понятие, необходима менее или более глубокая проработка данного понятия на занятиях по астрономии. Разделы математики и физики, особенно важные для

прохождения курса астрономии, выделены в части 1 в разделах «Дополнительные вопросы».

Степень усвоения школьниками того или иного раздела курса астрономии необходимо проверять короткими тестами на занятиях, а также решением олимпиадных задач в качестве домашних заданий и на специальных семинарских занятиях. В качестве стимулирования учащихся тесты, домашние задания и семинары можно проводить в виде единого конкурса или системы конкурсов.

В следующих параграфах для каждого пункта программы, приведенной в разделе 1, дается по пять примеров коротких тестовых заданий, достаточно легких для быстрой проверки. В каждом из этих заданий школьникам предлагается ответить, справедливо ли предлагаемое утверждение. Участники теста должны ответить на вопрос знаком «+» (да) или «-» (нет). Ответы на задания и комментарии к ним приводятся после самих заданий для каждого из пунктов программы. Комментарии можно использовать как основу для разбора тестов после их написания.

Последние параграфы раздела содержат список рекомендуемой литературы (как учебники, так и сборники задач) и справочную информацию, необходимую для решения задач, выдаваемую участникам на этапах Всероссийской олимпиады по астрономии.

## **§ 3.2. Тестовые задания – 9 класс.**

### **3.2.1. Звездное небо.**

1. В каждом созвездии звезда  $\alpha$  ярче звезды  $\beta$ .
2. Звезды одного созвездия находятся близко друг к другу в пространстве.
3. Каждый вечер первые звезды становятся видны в том же положении на небе.
4. Ровно через год в то же время суток в том же пункте расположение звезд и созвездий на небе будет таким же.
5. Во времена Древней Греции вид созвездий существенно отличался от настоящего.

*Ответы:* 1: нет; 2: нет; 3: нет; 4: да; 5: нет.

*Комментарии:*

1. Греческие буквы присваивались звездам в созвездии в порядке убывания их яркости, однако делалось это по визуальным ощущениям. Поэтому в некоторых созвездиях, где несколько ярких звезд сравнимы по блеску, ярчайшей звезде могла быть присвоена буква  $\beta$  или  $\gamma$ . Пример – созвездие Ориона, где звезда  $\alpha$  (Бетельгейзе) уступает в блеске звезде  $\beta$  (Ригель). В данном случае могло сказаться также и то, что эти звезды существенно отличаются по цвету, а значит, и по световому восприятию у разных людей. Кроме того, Бетельгейзе – переменная звезда.

2. Звезды одного созвездия находятся рядом на небе. Но их расстояние от Земли, а значит и положение в пространстве, может существенно различаться.
3. Период суточного вращения звездного неба (звездные сутки) составляет 23 часа и 56 минут, что на 4 минуты меньше обычных (солнечных) суток. Поэтому день ото дня положение первых звезд на вечернем небе постепенно изменяется.
4. За один год звездных суток пройдет ровно одни больше, чем солнечных. Поэтому расположение звезд и созвездий на небе будет таким же.
5. Положение звезд друг относительно друга изменяется крайне медленно. Даже во времена Древней Греции, 3 тысячи лет назад, вид созвездий был практически таким же, в чем можно убедиться по древним звездным картам.

### 3.2.2. Небесная сфера.

1. Чем больше широта места (по модулю), тем больше незаходящих звезд.
2. Одновременный восход и заход двух разных звезд возможен только на экваторе.
3. Чем ближе точка восхода звезды к точке ее захода, тем меньше звезда находится над горизонтом.
4. В точке юга может наступить только верхняя кульминация звезды.
5. Любая звезда в настоящий момент находится в зените в каком-либо месте Земли.

*Ответы:* 1: да; 2: да; 3: нет; 4: нет; 5: да.

*Комментарии:*

1. Чем больше модуль широты, тем больше высота видимого полюса мира над горизонтом. Соответственно, тем больше радиус малого круга с центром в полюсе мира, касающегося горизонта. Все звезды внутри этого круга – незаходящие.
2. На любой широте Земли (кроме полюсов, где звезды не восходят) две разные звезды, восходящие одновременно, имеют разное склонение. Время от восхода до захода звезды не зависит от ее склонения только на экваторе.
3. Это справедливо только для звезд, видимых менее половины звездных суток. Для звезд, видимых большую часть суток, будет выполняться противоположное правило: чем ближе точки восхода и захода, тем дольше звезда видна на небе.
4. Данное утверждение несправедливо в южном полушарии Земли, где в точке юга происходит нижняя кульминация светил.

5. В этом можно убедиться, проведя прямую линию от звезды к центру Земли. В точке пересечения этой прямой с поверхностью Земли звезда будет находиться в зените в данный момент.

### 3.2.3. Движение Земли по орбите.

1. Если Солнце вошло на северо-востоке, то оно будет над горизонтом более 12 часов.
2. Если Солнце вошло на северо-востоке, то сегодняшняя дата лежит между 21 марта и 23 сентября.
3. Если на небе видна только южная половина эклиптики, то мы находимся в южном полушарии.
4. Южный полюс эклиптики не виден в северном полушарии.
5. Из-за явления прецессии линия эклиптики периодически переходит из одних созвездий в другие.

*Ответы:* 1: нет; 2: да; 3: нет; 4: нет; 5: нет.

*Комментарии:*

1. Данное утверждение несправедливо в южном полушарии Земли, где Солнце, имея северное склонение, находится над горизонтом меньше половины суток.
2. Все точки северной половины горизонта (от запада к востоку через север) на всех широтах, кроме полюсов, где нет понятия севера, имеют положительное склонение. Солнце имеет такое склонение от 21 марта до 23 сентября.
3. В том, что данное утверждение неверно, можно убедиться в средней полосе России в полночь 22 июня. На небе будет видна только южная половина эклиптики.
4. Южный полюс эклиптики, имеющий склонение  $-66.6^\circ$ , можно видеть в Северном полушарии на широтах, меньших  $+23.4^\circ$ , то есть от экватора до Северного тропика.
5. Движение прецессии происходит вдоль эклиптики, и положение эклиптики относительно звезд и созвездий не изменяется.

### 3.2.4. Измерение времени.

1. В пункте, расположенном в  $15^\circ$  к востоку от наблюдателя, и звездное, и истинное солнечное, и среднее солнечное время отличаются ровно на 1 час.
2. Если два пункта в России расположены на одной долготе, то декретное время в этих пунктах одинаковое.
3. В северных широтах 22 декабря Солнце позже всего восходит и раньше всего заходит за горизонт (по местному времени).

4. Разница в 13 дней между Новым и Старым стилем будет оставаться такой всегда.
5. Тропический год на Земле короче звездного года.

*Ответы:* 1: да; 2: нет; 3: нет; 4: нет; 5: да.

*Комментарии:*

1. В каждый фиксированный момент времени все три шкалы времени отличаются друг от друга на постоянную величину и увеличиваются на 1 час при увеличении географической долготы на 1 час или  $15^\circ$ .
2. Границы часовых поясов в Российской Федерации проведены по границам регионов, а не по меридианам. Поэтому пункты на одной долготе могут относиться к разным часовым поясам.
3. Это не так из-за влияния уравнивания времени. В частности, в Москве самый ранний закат наблюдается 12 декабря, а самый поздний восход Солнца – после новогодней ночи.
4. Это будет так только до 2100 года. Февраль 2100 года будет иметь 29 дней по старому стилю и 28 дней по новому стилю. Разница возрастет до 14 дней. После 2200 года она возрастет до 15 дней.
5. Из-за явления прецессии точка весеннего равноденствия движется по небесной сфере навстречу годовому движению Солнца, укорачивая продолжительность тропического года.

### **3.2.5. Движение небесных тел под действием силы всемирного тяготения.**

1. Отношение параболической и круговой скорости не зависит от расстояния до центральной массы.
2. Скорость тела в перицентре всегда не меньше, чем круговая скорость на данном расстоянии.
3. Для эллиптических орбит – чем быстрее движется тело на данном расстоянии от центральной массы, тем больше его орбитальный период.
4. Равенство радиусов орбит спутников двух разных тел означает равенство их орбитальных периодов.
5. Отправить космический зонд на Солнце проще, чем в межзвездное пространство.

*Ответы:* 1: да; 2: да; 3: да; 4: нет; 5: нет.

### *Комментарии:*

1. Это отношение равно  $\sqrt{2}$  для любого расстояния от точечной центральной массы.
2. В этом можно убедиться из формулы для скорости тела в перицентре, а также из естественных соображений – чтобы отправить тело на эллиптическую орбиту с более удаленной точкой апоцентра, нужна большая скорость, чем для удержания этого тела на круговой орбите.
3. На справедливость данного утверждения указывает закон сохранения полной механической энергии: чем выше скорость тела на фиксированном расстоянии до центральной массы, тем больше величина большой полуоси его орбиты. Следовательно, больше и орбитальный период.
4. Такое утверждение справедливо только в случае одинаковой массы центральных тел.
5. Чтобы запустить зонд на Солнце, ему нужно придать геоцентрическую скорость, равную орбитальной скорости Земли («остановить» тело в Солнечной системе). А чтобы отправить тело в межзвездное пространство, нужно придать ему разницу параболической и круговой скорости, то есть всего 0.41 от орбитальной скорости Земли.

### **3.2.6. Солнечная система.**

1. Чем больше сидерический период внешней планеты, тем меньше ее синодический период.
2. Третья космическая скорость для любой планеты больше второй космической скорости.
3. Чтобы прохождения Венеры по диску Солнца происходили каждые 584 дня, необходимо совпадение плоскостей орбит Венеры и Земли.
4. Каждая комета, распадаясь, образует метеорный поток, который можно будет наблюдать на Земле.
5. Земля – самая плотная из больших планет Солнечной системы.

*Ответы:* 1: нет; 2: да; 3: нет; 4: нет; 5: да.

### *Комментарии:*

1. Это так только для внешних планет. Для внутренних планет ситуация обратная: Венера имеет больший и синодический, и сидерический период, нежели Меркурий.

2. Данное утверждение верно, так как для отправки космического аппарата за пределы Солнечной системы его нужно вначале вывести из поля тяготения планеты, с поверхности которой этот аппарат запускается.

3. Диск Солнца имеет значительные угловые размеры, и Венера может пройти по нему, находясь на некотором расстоянии от плоскости эклиптики. Прохождения Венеры по диску Солнца наблюдались бы в каждое нижнее соединение Венеры, если бы наклонение орбиты Венеры к плоскости эклиптики не превышало  $0.1^\circ$ . Реально оно в 34 раза больше, и прохождения Венеры по диску Солнца – крайне редкие события.

4. Каждая комета в конце своей жизни распадается, образуя метеорный рой. Но если орбита этого роя не будет подходить близко к орбите Земли, метеорный поток наблюдаться не будет.

5. В справедливости этого утверждения можно убедиться, посмотрев в справочные данные в конце настоящей книги.

### **3.2.7. Система Солнце – Земля – Луна.**

1. Если Солнце и Луна взошли одновременно, то сегодня новолуние.

2. Каждый день Луна восходит над горизонтом все позже.

3. В полнолуние Луна получает (в среднем) меньше энергии от Солнца, чем в новолуние.

4. Солнечные затмения не могут происходить в два новолуния подряд.

5. Селенографические координаты центра видимого диска Луны не изменяются.

*Ответы:* 1: нет; 2: нет; 3: да; 4: нет; 5: нет.

#### *Комментарии:*

1. В приполярных широтах Луна может восходить одновременно с Солнцем в любой фазе вплоть до полнолуния. За счет наклона своей орбите к эклиптике Луна может восходить одновременно с Солнцем вдали от новолуния и на меньших широтах.

2. Это утверждение справедливо только до широты  $62^\circ$ , где плоскость лунной орбиты может совпасть с горизонтом.

3. В полнолуние Луна располагается дальше от Солнца, чем в новолуние, и получает от Солнца меньше энергии.

4. Солнечные затмения могут происходить в два новолуния подряд – к примеру, 1 июня и 1 июля 2011 года. Области видимости таких затмений будут существенно отличаться – одно будет видно в северном полушарии Земли, другое – в южном.

5. За счет четырех либраций Луны координаты центра видимого диска могут изменяться на несколько градусов.

### **3.2.8. Оптические приборы.**

1. По ширине диапазона воспринимаемых яркостей глаз превосходит все искусственные приемники излучения.
2. Чем больше оптическая сила объектива телескопа, тем больший размер имеет изображение Луны в фокальной плоскости.
3. Визуальные наблюдения звезд в телескоп без окуляра невозможны.
4. Если поставить в фокальную плоскость объектива тонкое матовое стекло, звезды останутся видимыми в окуляр.
5. Внутри обычной подзорной трубы находится четное число фокальных плоскостей.

*Ответы:* 1: да; 2: нет; 3: нет; 4: да; 5: да.

*Комментарии:*

1. Данное свойство является главной особенностью человеческого глаза. Имея два типа светочувствительных клеток (колбочки и палочки), человеческий глаз способен подстраиваться как под очень яркие, так и под очень слабые источники света.
2. Большая оптическая сила объектива означает его меньшее фокусное расстояние и меньший размер изображения Луны в фокальной плоскости.
3. Роль окуляра может исполнять сам человеческий глаз, если отвести его на расстояние наилучшей видимости (около 25 см) от фокальной плоскости. На практике такая схема визуальных наблюдений не используется, так как значительная доля света, собранная объективом, будет теряться, не попадая в глаз наблюдателя.
4. В фокальной плоскости формируется изображение объекта, которое попадет на матовое стекло и может наблюдаться в окуляр. Недостатком этой схемы, как и в предыдущем случае, будет потеря света.
5. Обычно количество фокальных плоскостей внутри подзорной трубы равно двум. Это делается для построения прямого (не перевернутого) изображения, что важно для наблюдения земных объектов.

### **3.2.9. Шкала звездных величин.**

1. Звезда второй величины ярче звезды первой величины.
2. Самые слабые звезды, видимые невооруженным глазом, более чем в 100 раз слабее ярчайших звезд ночного неба.



3. Современным телескопам доступны звезды  $35^m$ .
4. Ярчайшая из планет на земном небе достигает блеска  $-4^m$ .
5. При увеличении расстояния до объекта в 10 раз его блеск меняется на 5 звездных величин.

*Ответы:* 1: нет; 2: да; 3: нет; 4: да; 5: да.

*Комментарии:*

1. В соответствии с определением звездной величины, более слабые звезды имеют большее значение звездной величины.
2. Невооруженный глаз замечает звезды 6-й звездной величины, а ярчайшие звезды неба имеют блеск  $0^m-1^m$ , что более чем в 100 раз ярче.
3. Современные телескопы с высокочувствительными приемниками излучения регистрируют объекты  $27^m-28^m$ .
4. Речь идет о планете Венера. Ее максимальный блеск составляет  $-4.8^m$ .
5. При удалении в 10 раз объект становится в 100 раз слабее, что соответствует разнице звездных величин в  $5^m$ .

### **3.2.10. Электромагнитные волны.**

1. Наблюдая Солнце, мы мгновенно узнаем об изменениях на его поверхности.
2. Конечность скорости света впервые была установлена в земных лабораториях.
3. Видимый свет является самым коротковолновым из известных диапазонов электромагнитного излучения.
4. Радиоволны являются самым низкочастотным из известных диапазонов электромагнитного излучения.
5. Солнце излучает значительную долю своей энергии в видимом диапазоне спектра.

*Ответы:* 1: нет; 2: нет; 3: нет; 4: да; 5: да.

*Комментарии:*

1. Свет от Солнца до Земли доходит только за 500 секунд.
2. Конечность скорости света была установлена датским астрономом О.К. Ремером в 1676 году на основе наблюдений моментов затмений спутников Юпитера.
3. Гамма, рентгеновское и ультрафиолетовое излучение являются более коротковолновыми, нежели видимый свет.

4. Радиоволны – самое длинноволновое и низкочастотное электромагнитное излучение.

5. Максимум излучения Солнца приходится на длину волны около 5500 ангстрем, что соответствует желто-зеленому участку спектра.

### **3.2.11. Общие представления о структуре Вселенной.**

1. Звезда Сириус является ярчайшей на земном небе.

2. Ближайшие к Солнцу звезды в 1000 раз дальше самых далеких планет Солнечной системы.

3. Невооруженному глазу доступно около одной миллионной части от общего числа звезд в Галактике.

4. Туманность Андромеды является частью нашей Галактики.

5. В современные телескопы на небе можно увидеть миллионы галактик.

*Ответы:* 1: нет; 2: нет; 3: да; 4: нет; 5: да.

*Комментарии:*

1. Самая яркая звезда на земном небе – Солнце.

2. Расстояние до ближайших к Солнцу звезд (Проксима Центавра,  $\alpha$  Центавра) составляют примерно 270 тысяч астрономических единиц, что в 9000 раз больше расстояния до далеких планет Солнечной системы.

3. Невооруженный глаз видит около 6000 звезд, а всего их в Галактике примерно 10 миллиардов.

4. Туманность Андромеды – спиральная галактика, ближайшая к нашей Галактике.

5. Количество галактик, видимых в современные телескопы, превышает количество звезд.

### **3.2.12. Измерения расстояний в астрономии.**

1. Суточный параллакс всех планет Солнечной системы не превышает 30".

2. Годичный параллакс всех звезд (кроме Солнца) меньше 1".

3. Свет успеет пересечь нашу Галактику по диаметру за 10 тысяч лет.

4. Характерные межзвездные расстояния в Галактике выражаются в парсеках.

5. Характерный размер скопления галактик – один килопарсек.

*Ответы:* 1: нет; 2: да; 3: нет; 4: да; 5: нет.

*Комментарии:*

1. Суточный параллакс Венеры вблизи ее нижнего соединения составляет 33".
2. Годичный параллакс самой близкой к Солнцу звезды – Проксима Центавра – составляет 0.77".
3. Диаметр нашей Галактики – более 100 тысяч световых лет.
4. 1 парсек – характерное расстояние между звездами в окрестностях Солнца.
5. Характерный размер скопления галактик – один мегапарсек (1000 килопарсек).

### **§ 3.3. Тестовые задания – 10 класс.**

#### **3.3.1. Шкала звездных величин.**

1. Шкала звездных величин аддитивна: суммарный блеск двух звезд равен сумме значений блеска каждой из звезд.
2. Разница в  $0.01^m$  соответствует разности освещенности примерно на 1%.
3. Амплитуда изменений блеска Марса на Земле превышает  $4^m$ .
4. При приближении к Солнцу в два раза комета становится в четыре раза ярче.
5. На расстоянии в 1 парсек видимая величина звезды равна ее абсолютной звездной величине.

*Ответы:* 1: нет; 2: да; 3: да; 4: нет; 5: нет.

*Комментарии:*

1. Шкала звездных величин не аддитивная, а логарифмическая.
2. Это так – разница в  $0.01^m$  соответствует разнице освещенности на 0.925%.
3. Блеск Марса в великих противостояниях – до  $-2.9^m$ , в соединении – около  $+2^m$ .
4. Данное утверждение справедливо для астероидов, но не для комет – зависимость их яркости от гелиоцентрического расстояния более резкая, это связано с увеличением размера комы и хвоста вблизи Солнца.
5. Абсолютная величина звезды равна видимой звездной величине на расстоянии 10 парсек (при отсутствии поглощения света).

#### **3.3.2. Звезды, общие понятия.**

1. Красные звезды – самые горячие.

2. Если температуру звезды увеличить вдвое, не меняя ее размеров, то светимость звезды возрастет в 16 раз.
3. Поверхностная яркость Солнца не зависит от расстояния до него.
4. При одинаковой светимости горячая звезда имеет меньший размер, нежели холодная.
5. Диапазон значений масс существующих звезд много шире, нежели диапазон светимостей.

*Ответы:* 1: нет; 2: да; 3: да; 4: да; 5: нет.

*Комментарии:*

1. Красные звезды – самые холодные. Самые горячие звезды имеют голубой цвет.
2. Это соответствует закону Стефана-Больцмана, по которому яркость единицы площади поверхности звезды пропорциональна четвертой степени ее температуры.
3. Если наблюдать Солнце с расстояния, в 2 раза большего, чем на Земле, то Солнце будет в 4 раза слабее, но и его угловая площадь уменьшится в 4 раза. Поверхностная яркость Солнца не изменится.
4. По закону Стефана-Больцмана светимость пропорциональна квадрату радиуса и четвертой степени температуры. При фиксированной светимости радиус будет обратно пропорционален квадрату температуры.
5. Ситуация на самом деле обратная: массы звезд варьируют от 0.1 до 100 масс Солнца, а их светимости, из-за резкой зависимости от массы, изменяются от  $10^{-4}$  до  $10^6$  светимостей Солнца.

### **3.3.3. Классификация звезд.**

1. У красных звезд показатель цвета  $B-V$  больше нуля.
2. Солнце – звезда главной последовательности.
3. Звезда главной последовательности с массой в 2 массы Солнца светит как два Солнца.
4. Большая часть существующих звезд находится на главной последовательности.
5. Красные гиганты – самые молодые из существующих звезд.

*Ответы:* 1: да; 2: да; 3: нет; 4: да; 5: нет.

*Комментарии:*

1. Если показатель цвета  $B-V$  больше нуля, значит в синих лучах (полоса  $B$ ) звездная величина больше, и звезда светит слабее, чем в желтых (полоса  $V$ ). Это соответствует действительности для красных звезд.

2. Солнце – достаточно типичный представитель звезд главной последовательности.
3. Звезда главной последовательности с массой, вдвое большей, чем Солнце, будет светить более чем в 10 раз сильнее Солнца.
4. Это действительно так, в чем можно убедиться по диаграмме «цвет-светимость» для звезд в окрестности Солнца. Звезды проводят на главной последовательности большую часть своей жизни.
5. Красные гиганты – старые звезды, уже покинувшие главную последовательность.

### 3.3.4. Движение звезд в пространстве.

1. Если лучевая скорость звезды имеет знак «+», то звезда приближается к нам.
2. Точность измерения лучевых скоростей звезд много лучше точности измерения их тангенциальных скоростей.
3. Собственные движения звезд не превышают 1" в год.
4. Скорость движения Солнца вокруг центра Галактики больше скорости движения Земли вокруг Солнца.
5. Апекс указывает направление движения Солнца относительно центра Галактики.

*Ответы:* 1: нет; 2: да; 3: нет; 4: да; 5: нет.

*Комментарии:*

1. Знак «+» у лучевой скорости указывает на увеличение расстояния между звездой и наблюдателем, то есть на удаление звезды.
2. Лучевая скорость звезды может быть быстро измерена по ее спектру с точностью лучше одного километра в секунду. Тангенциальная скорость измеряется по собственному движению, что требует длительных наблюдений и знания расстояния до звезды. Точность измерений тангенциальной скорости значительно хуже.
3. Собственное движение близких к Солнцу звезд может превосходить 1" в год, у звезды Барнарда оно составляет 10.4" в год.
4. Орбитальная скорость Земли составляет 30 км/с, Солнце движется вокруг центра Галактики со скоростью 250 км/с.

5. Апекс указывает направление движения Солнца относительно соседних звезд, которые также движутся вокруг центра Галактики. Скорость движения Солнца относительно соседних звезд составляет 20 км/с.

### **3.3.5. Двойные и переменные звезды.**

1. Большая часть звезд входит в двойные и кратные системы.
2. Две одинаковые звезды, идентичные Солнцу, находящиеся в 1 а.е. друг от друга, будут обращаться по круговым орбитам с периодом в 1 год.
3. Во время главного минимума затменной переменной звезды всегда большая из компонент затмевает меньшую.
4. Существование темной (не отражающей свет) планеты около далекой звезды невозможно установить фотометрическим путем.
5. Чем больше период цефеиды, тем больше ее светимость.

*Ответы:* 1: да; 2: нет; 3: нет; 4: нет; 5: да.

#### *Комментарии:*

1. В этом можно убедиться уже из того, что у многих звезд спутники могут наблюдаться в телескоп. Еще большее количество двойных звезд открываются по спектру. При этом большинство звезд-спутников достаточно слабые и не могут быть замечены. Солнце, являющееся одиночной звездой – исключение, а не правило.
2. По обобщенному III закону Кеплера орбитальный период этой системы с общей массой в 2 массы Солнца составит 0.71 года.
3. Во время главного минимума более холодная звезда затмевает более горячую, так как поверхностная яркость звезды всегда увеличивается с температурой. Размеры звезд при этом могут быть самыми разными.
4. Такую планету можно открыть фотометрически, если она пройдет перед звездой и вызовет падение ее блеска.
5. На данный факт указывает связь периода и абсолютной звездной величины, установленный для переменных звезд – цефеид.

### **3.3.6. Рассеянные и шаровые звездные скопления.**

1. Рассеянные скопления имеют значительно меньшую массу, нежели шаровые.
2. Рассеянные скопления богаты молодыми голубыми звездами.
3. Все наблюдаемые шаровые скопления в разных галактиках имеют значительный возраст.
4. Светимость на единицу массы у рассеянных скоплений меньше, чем у шаровых.

5. Шаровые звездные скопления располагаются вблизи плоскости Галактики, на небе – в районе Млечного Пути.

*Ответы:* 1: да; 2: да; 3: нет; 4: нет; 5: нет.

*Комментарии:*

1. Малая масса и гравитационная неустойчивость – главные критерии, отличающие рассеянные скопления от шаровых.

2. Вследствие своей гравитационной неустойчивости рассеянные скопления могут состоять только из молодых звезд, которые впоследствии покидают это скопление.

3. Это справедливо для нашей Галактики, где в настоящее время не образуется молодых шаровых скоплений. А в Большом Магеллановом облаке молодые шаровые скопления присутствуют.

4. В рассеянных скоплениях много молодых горячих звезд, значительно увеличивающих их общую светимость. Соответственно, светимость на единицу массы у рассеянных скоплений выше.

5. Шаровые скопления в нашей Галактике – старые объекты. За время жизни их орбита претерпела существенную эволюцию, и сейчас, как и все старые объекты Галактики, шаровые скопления располагаются не в диске, а в сферическом гало.

### **3.3.7. Солнце.**

1. Фотосфера – самый холодный слой Солнца.

2. Солнечные пятна – области повышенной напряженности магнитного поля.

3. Солнечные пятна абсолютно темные.

4. Солнечная корона находится в состоянии термодинамического равновесия.

5. Солнечная корона – стационарна: ее частицы не могут покинуть окрестности Солнца.

*Ответы:* 1: да; 2: да; 3: нет; 4: нет; 5: нет.

*Комментарии:*

1. Температура фотосферы Солнца составляет около 6000 К. И недра Солнца, и его атмосфера (хромосфера, корона) заметно горячее.

2. Солнечные пятна – районы выхода силовых линий магнитного поля на поверхность Солнца. Из-за ослабления конвективного переноса энергии из солнечных недр в области повышенного магнитного поля солнечные пятна холоднее и темнее окружающих районов поверхности Солнца.

3. Температура солнечных пятен около 4000 К, они примерно в 5 раз темнее окружающих областей Солнца, и выглядят темными только на их фоне. Если бы Солнце покрыло одно гигантское пятно, оно все равно выглядело бы ослепительно ярким.

4. Солнечная корона представляет собой разреженный и горячий газ, окружающий значительно более плотную и холодную фотосферу и хромосферу. В таких условиях вещество не может находиться в состоянии термодинамического равновесия.

5. Так как солнечная корона имеет высокую температуру, ее некоторые частицы могут иметь скорости, превышающие вторую космическую скорость. Эти частицы покидают окрестности Солнца, образуя солнечный ветер.

### **3.3.8. Ионизованное состояние вещества.**

1. Процесс ионизации может произойти с атомом спонтанно.
2. Атомы могут превращаться в ионы только в области повышенных температур.
3. Вещество поверхности Солнца практически полностью ионизовано.
4. Солнечная корона практически полностью состоит из ионов и электронов.
5. Источники энергии полярных сияний находятся на Земле.

*Ответы:* 1: нет; 2: нет; 3: нет; 4: да; 5: нет.

*Комментарии:*

1. Процесс ионизации не может произойти спонтанно (сам по себе), так как для этого атому нужно сообщить необходимую энергию. Для этого атом должен столкнуться с другой частицей или поглотить фотон света с энергией, не меньшей величины энергии ионизации атома.

2. Холодное вещество без внешнего воздействия не может быть ионизовано. Однако, внешние энергичные частицы (атомы, ионы, фотоны) могут вызвать ионизацию.

3. Большинство водорода находится в фотосфере в виде нейтральных атомов. В то же время металлы (магний, кальций, железо) присутствуют там, в основном, в виде ионов.

4. Солнечная корона сильно разогрета и полностью ионизована.

5. Источниками энергии полярных сияний являются частицы солнечного ветра.

### **3.3.9. Межзвездная среда.**



1. Газ и пыль в нашей Галактике располагаются, в основном, вблизи ее диска.
2. Поглощение света на пылевых частицах ослабляет видимую яркость звезд, но не меняет их цвет.
3. Поглощение света в диске Галактики на масштабах в несколько килопарсек остается незначительным.
4. Звезды образуются из горячего межзвездного газа.
5. Рассеянные скопления часто наблюдаются внутри диффузных газовых туманностей.

*Ответы:* 1: да; 2: нет; 3: нет; 4: нет; 5: да.

*Комментарии:*

1. Этот наблюдаемый эффект есть отражение физического свойства газового самогравитирующего вращающегося образования сжиматься в диск в плоскости, перпендикулярной оси вращения. По той же причине все планеты обращаются вокруг Солнца практически в одной плоскости.
2. Поглощающие свойства пыли изменяются в зависимости от длины волны (цвета) излучения. Поглощение не только ослабляет свет звезд, но и делает его более красным.
3. Проходя вблизи плоскости диска Галактики путь длиной в 1 кпк, за счет поглощения на частицах пыли свет ослабляется на  $2^m$ , то есть примерно в 6 раз.
4. Частицы горячего газа имеют высокие скорости, не позволяющие этому газу сжиматься. Звезды образуются из холодных молекулярных облаков, сжимающихся под действием собственной тяжести.
5. Рассеянные скопления состоят из молодых звезд, процесс звездообразования в них может продолжаться и в настоящий момент. Молодые горячие звезды подсвечивают окружающий газ, из которого они образовались, образуя светящуюся диффузную туманность.

### **3.3.10. Телескопы, разрешающая и проникающая способность.**

1. Предельное угловое разрешение телескопа определяется его увеличением.
2. Угловое разрешение 2-метрового космического телескопа лучше, чем у 4-метрового телескопа на Земле.
3. Хроматическая аберрация свойственна только линзовым телескопам.
4. Телескоп системы Грегори строит в фокальной плоскости прямое изображение объекта.
5. Зеркально-линзовые оптические схемы эффективны, прежде всего, для широкоугольных телескопов.

*Ответы:* 1: нет; 2: да; 3: да; 4: да; 5: да.

*Комментарии:*

1. Предельное угловое разрешение телескопа определяется диаметром его объектива и атмосферными условиями. Улучшить его нельзя, какое бы увеличение мы не использовали – мы просто будем видеть большой дифракционный диск или, что более вероятно, изображение звезды, размытое атмосферным дрожанием.

2. Угловое разрешение 2-метрового космического телескопа определяется размером дифракционного диска и составляет примерно  $0.07''$ . Разрешение 4-метрового телескопа на Земле определяется состоянием земной атмосферы и редко бывает лучше  $1''$ .

3. Хроматизм – свойство преломления света, и он присутствует только в линзовых системах. Зеркала отражают лучи разных длин волн под одним и тем же углом и не имеют хроматической аберрации.

4. В системе Грегори параллельные световые лучи пересекаются дважды – до и после отражения от вогнутого вторичного зеркала. Поэтому в фокальной плоскости изображение не будет перевернутым. Не будет оно и зеркальным, так как световые лучи дважды отражаются от зеркальных поверхностей.

5. Главным преимуществом зеркально-линзовых систем является отсутствие сферической аберрации. Это преимущество важно, прежде всего, для широкоугольных систем, в которых необходимо добиться хорошего изображения звезд на большом угловом расстоянии от центра поля зрения.

### **§ 3.4. Тестовые задания – 11 класс.**

#### **3.4.1. Основы теории приливов.**

1. Луна притягивается к Земле сильнее, чем к Солнцу.
2. Из-за эллиптичности орбиты Луны величина приливного ускорения от Луны изменяется более чем на 30%.
3. Величина приливов на Земле максимальна в новолуние и полнолуние.
4. Все точки либрации системы Земля-Луна находятся на линии, соединяющей центры Земли и Луны.
5. Все точки либрации системы двух тел устойчивы.

*Ответы:* 1: нет; 2: да; 3: да; 4: нет; 5: нет.

### *Комментарии:*

1. Сила притяжения, действующая на Луну со стороны Солнца, примерно в 2 раза больше, чем сила притяжения со стороны Земли. Но это не мешает Луне оставаться спутником Земли, двигаясь вместе с ней вокруг Солнца. Луна находится ближе к Земле, чем точки Лагранжа, и ее вращение вокруг Земли устойчиво.

2. Величина приливного ускорения достаточно резко зависит от расстояния до Луны (обратно пропорционально кубу расстояния). Поэтому даже небольшого эксцентриситета лунной орбиты достаточно, чтобы приливное ускорение изменялось на 30%, а иногда и на 40%.

3. Во время полнолуния и новолуния действие лунных и солнечных приливов складывается, и величина суммарных приливов максимальна.

4. На линии, соединяющей Землю и Луну, находятся только три точки либрации. Две других находятся в плоскости орбиты Луны в вершинах равносторонних треугольников, стороной которых является отрезок Земля-Луна.

5. Три точки либрации, находящиеся на линии, соединяющей два массивных тела, неустойчивы: при небольшом удалении от этих точек пробное тело продолжит удаляться от них все дальше. Две другие точки устойчивы: пробное тело при небольшом удалении будет оставаться в окрестности точек либрации.

### **3.4.2. Оптические свойства атмосфер планет и межзвездной среды.**

1. Голубой цвет дневного неба и покраснение Солнца у горизонта имеют одну и ту же физическую причину.

2. Атмосферная рефракция существенно изменяет как вертикальные, так и горизонтальные видимые размеры Солнца и Луны вблизи горизонта.

3. При наблюдении с борта космического корабля величина рефракции у лимба Земли превышает  $1^\circ$ .

4. Луна во время затмения имеет красный цвет из-за более сильного преломления красных лучей в атмосфере Земли.

5. В инфракрасных лучах область центра Галактики наблюдать значительно легче, чем в видимой области спектра.

*Ответы:* 1: да; 2: нет; 3: да; 4: нет; 5: да.

### *Комментарии:*

1. Причина обоих явлений состоит в преимущественном рассеянии коротковолнового излучения атмосферным воздухом. Небо, образованное рассеянным излучением, имеет голубой цвет, а Солнце у горизонта становится

красным, так как прямые голубые лучи Солнца рассеиваются в атмосфере и не доходят до наблюдателя.

2. Атмосферная рефракция существенно изменяет вертикальные размеры Солнца и Луны, так как их верхний и нижний края находятся на разных высотах над горизонтом, и величина рефракции для них отличаются. Правый и левый края Солнца и Луны находятся на одной высоте, величина рефракции для них одинакова, и изменений горизонтальных размеров дисков не происходит.

3. При наблюдении с борта космического корабля луч света, касающийся поверхности Земли, преломляется в два раза сильнее, чем луч светила, видимого на Земле у горизонта. Поэтому величина рефракции у лимба при наблюдении из космоса превышает  $1^\circ$ .

4. Синие лучи преломляются немного сильнее красных. Но при этом, проходя сквозь плотные слои атмосферы, они поглощаются и не попадают на Луну в полной фазе лунного затмения. Красные лучи поглощаются слабее, освещая Луну.

5. Поглощение света межзвездной пылью в инфракрасной области слабее, и мы можем видеть области центра нашей Галактики, которые в видимых лучах скрыты от наблюдений.

### 3.4.3. Законы излучения.

1. Существуют звезды с показателем цвета  $B-V$ , равным  $-1^m$ .

2. Более горячее абсолютно черное тело излучает с единицы площади больше, чем более холодное, во всех диапазонах электромагнитного спектра.

3. Приближение Вина справедливо только для частот, много больших частоты максимума излучения.

4. Чем меньше длина волны, тем сильнее интенсивность излучения зависит от температуры.

5. Число фотонов в единице объема в случае термодинамического равновесия пропорционально температуре в третьей степени.

*Ответы:* 1: нет; 2: да; 3: нет; 4: да; 5: да.

### *Комментарии:*

1. У самых горячих звезд максимум излучения приходится на более коротковолновую область спектра, нежели спектральные полосы  $B$  и  $V$ , и для этих полос интенсивность излучения описывается законом Релея-Джинса, то есть пропорциональна температуре в первой степени. Показатель цвета, характеризующий отношение интенсивностей в двух полосах, перестает зависеть от температуры и становится постоянным. Его величина определяется

соотношением частот и формой спектральных полос и равна  $-0.32^m$ . Меньшим показателем цвета  $B-V$  быть не может.

2. В этом можно убедиться из анализа функции Планка, которая для любых частот возрастает с температурой.

3. Приближение Вина с хорошей точностью применимо и в области частоты максимума излучения.

4. При коротких длинах волн, когда применимо приближение Вина, интенсивность излучения экспоненциально падает с величиной  $(h\nu/kT)$ . Очевидно, что чем меньше длина волны, то есть чем больше частота  $\nu$ , тем резче будет выглядеть зависимость интенсивности от температуры  $T$ .

5. При термодинамическом равновесии излучаемая энергия пропорциональна температуре в четвертой степени, а средняя энергия одного фотона, согласно закону смещения Вина, пропорциональна температуре в первой степени. В итоге, плотность излучаемых фотонов пропорциональна третьей степени температуры.

#### 3.4.4. Спектры звезд.

1. Спектральный класс звезды определяется по ее показателю цвета.

2. Температура звезды определяется по нескольким спектральным линиям одного химического элемента.

3. Линии балмеровской серии водорода – самые сильные в спектре Солнца.

4. Светимость нашей Галактики в ультрафиолетовой области спектра определяется звездами спектральных классов O и B.

5. В спектрах горячих звезд видны линии некоторых молекул.

*Ответы:* 1: нет; 2: да; 3: нет; 4: да; 5: нет.

#### *Комментарии:*

1. Спектральный класс звезды определяется по относительной интенсивности некоторых спектральных линий. Показатель цвета не связан со спектральным классом напрямую, к тому же, он сильно зависит от поглощения света на пути луча от звезды к наблюдателю. Спектральный класс зависит только от физических характеристик самой звезды.

2. Отношение интенсивностей линий разных элементов зависит как от температуры звезды, так и от ее химического состава, который заранее неизвестен. Отношение интенсивностей линий одного элемента (или разных ионов одного элемента) определяется только температурой и плотностью в фотосфере звезды.

3. Линии бальмеровской серии водорода образуются при поглощении света атомами водорода, находящимися в возбужденном состоянии (на втором уровне). Температура фотосферы Солнца (6000 К) сравнительно невелика, и, несмотря на общее обилие водорода, атомов в возбужденном состоянии мало. Бальмеровские линии водорода в спектре Солнца слабее, чем линии ионизованного кальция.

4. Как было показано в предыдущем пункте, интенсивность коротковолнового излучения звезд очень сильно зависит от их температуры. Поэтому ультрафиолетовое излучение Галактики – это излучение ее самых горячих звезд спектральных классов О и В.

5. Линии молекул видны только в спектрах самых холодных звезд. При большей температуре молекулы исчезают, распадаясь на атомы.

#### **3.4.5. Спектры излучения разреженного газа.**

1. Запрещенные спектральные линии принадлежат водороду.
2. Запрещенные спектральные линии не могут наблюдаться в спектрах звезд.
3. Спектры газовых туманностей и полярных сияний имеют несколько общих линий.
4. Спектр солнечной короны содержит те же линии, что и обычный спектр Солнца, но в виде линий излучения.
5. Солнечная корона имеет непрерывный спектр, похожий на непрерывный спектр Солнца.

*Ответы:* 1: нет; 2: да; 3: да; 4: нет; 5: да.

#### *Комментарии:*

1. Спектр атома водорода, имеющего только один электрон, не содержит запрещенных линий.
2. Запрещенные линии могут появиться только при малой плотности вещества и сильном нарушении термодинамического равновесия, чего в фотосферах звезд не происходит.
3. Один из примеров таких линий – линия атомарного кислорода с длиной волны 5577 ангстрем.
4. Спектр солнечной короны содержит запрещенные линии излучения многократно ионизованных металлов. В обычном спектре Солнца этих линий быть не может.
5. Непрерывный спектр короны образуется за счет рассеяния солнечного излучения на свободных электронах короны. Так как рассеивающая способность не зависит от длины волны, непрерывный спектр короны повторяет непрерывный

спектр Солнца. Линии поглощения в спектре Солнца в спектре короны замываются эффектом Доплера из-за больших скоростей электронов.

### **3.4.6. Представление о внутреннем строении и источниках энергии Солнца и звезд.**

1. Солнце излучает энергию за счет распада радиоактивных элементов.
2. Темп энерговыделения Солнца определяется скоростью реакции соединения протона и нейтрона.
3. В термоядерных реакциях в недрах звезд образуются все существующие в природе химические элементы вплоть до урана.
4. Гравитация в недрах звезд уравнивается газовым давлением.
5. Температура в центре Солнца превышает температуру солнечной короны.

*Ответы:* 1: нет; 2: да; 3: нет; 4: да; 5: да.

*Комментарии:*

1. Механизм энерговыделения Солнца – термоядерный синтез гелия из водорода. Радиоактивных элементов на Солнце мало, и энергия от их распада вносит ничтожный вклад в общую светимость.
2. Из всех реакций протон-протонного цикла самой медленной является реакция соединения двух протонов в ядро дейтерия с выделением позитрона и нейтрино. С каждым отдельно взятым протоном такое может случиться один раз за несколько миллиардов лет, именно этим и определяется время горения водорода на Солнце. Дальнейшие реакции протон-протонного цикла с участием дейтерия и легкого гелия происходят во много раз быстрее.
3. В термоядерных реакциях с выделением энергии могут синтезироваться только элементы вплоть до железа. Синтез более тяжелых элементов требует затрат энергии и в недрах звезд не происходит.
4. Данное условие является необходимым для существования звезды.
5. Температура в недрах Солнца достигает 15 миллионов кельвин, что в несколько раз больше температуры солнечной короны.

### **3.4.7. Эволюция Солнца и звезд.**

1. На стадии гравитационного сжатия светимость протозвезды меньше, чем в последующий период начала жизни звезды.
2. После завершения горения водорода звезда покидает главную последовательность на диаграмме Герцшпрунга-Рассела.
3. После завершения горения водорода в недрах Солнца начнется реакция превращения гелия в углерод.

4. Шаровые скопления в нашей Галактике не содержат звезд верхней части главной последовательности.
5. Все золото мира образовалось в недрах сверхновых звезд.

*Ответы:* 1: нет; 2: да; 3: нет; 4: да; 5: да.

*Комментарии:*

1. Стадия протозвезды длится несколько миллионов лет, и в это время будущая звезда интенсивно излучает энергию за счет своего гравитационного сжатия. Светимость протозвезды превышает будущую светимость звезды главной последовательности.
2. По окончании горения водорода звезда смещается с главной последовательности вправо и вверх, в область красных гигантов.
3. Горение гелия начинается только в недрах массивных звезд. Гелиевое ядро Солнца сохранится, образуя через некоторое время белый карлик.
4. Шаровые звездные скопления в нашей Галактике – достаточно старые объекты, и массивные звезды, занимавшие верхнюю часть главной последовательности, уже израсходовали водород и покинули ее.
5. Золото – химический элемент, более тяжелый, чем железо. Ядра таких элементов не образуются в термоядерных реакциях в недрах звезд, они могут возникнуть только при взрыве сверхновой звезды.

#### **3.4.8. Строение и типы галактик.**

1. Мы живем в неправильной галактике.
2. Местная группа содержит более 10 спиральных галактик.
3. Радиусы орбит звезд и периоды их обращения вокруг галактических центров связаны III законом Кеплера.
4. Все молодые звезды в спиральных галактиках находятся вблизи плоскости диска.
5. По звездному населению эллиптические галактики похожи на шаровые звездные скопления нашей Галактики.

*Ответы:* 1: нет; 2: нет; 3: нет; 4: да; 5: да.

*Комментарии:*

1. Наша Галактика – спиральная.



2. В Местную группу входит несколько десятков галактик, но только три из них спиральные: наша Галактика, Туманность Андромеды (M 31) и Туманность Треугольника (M 33).

3. Третий Закон Кеплера справедлив только для случая сферически-симметричной центральной массы, размер которой меньше радиуса орбиты спутника. Звезды обращаются внутри галактик, и зависимость орбитальных периодов от расстояний до галактического центра имеет более сложный вид.

4. Молодые звезды образуются из межзвездного газа, который концентрируется к диску галактики.

5. В большинстве эллиптических галактик, как и в шаровых скоплениях нашей Галактики, нет межзвездного газа, звездообразование прекратилось. Составляющие эти объекты звезды имеют значительный возраст.

### **3.4.9. Основы космологии.**

1. Наблюдения цефеид в далеких галактиках необходимы для всех масштабных измерений во Вселенной.

2. Все сверхновые имеют известную абсолютную звездную величину в максимуме блеска.

3. При наблюдении из далекой галактики в настоящее время постоянная Хаббла будет такой же.

4. Галактики с красным смещением  $z > 1$  удаляются от нас со скоростью, большей скорости света.

5. Звезды составляют большую часть массы галактик и скоплений галактик.

*Ответы:* 1: да; 2: нет; 3: да; 4: нет; 5: нет.

*Комментарии:*

1. Цефеиды – переменные звезды, для которых можно определить абсолютную звездную величину (она связана с периодом) и тем самым найти расстояние. Так как цефеиды являются очень яркими звездами – сверхгигантами, их можно наблюдать и в других галактиках. Это позволяет найти расстояние до этих галактик, что, в свою очередь, позволяет установить характеристики сверхновых звезд, как стандартных источников излучения и определить постоянную Хаббла. Тем самым, цефеиды, видимые только в близких галактиках, являются основой для определения масштабов Вселенной.

2. Известную звездную величину имеют только сверхновые типа Ia, образующиеся в двойных системах. Эти сверхновые, наряду с цефеидами (но на больших расстояниях), играют роль стандартных источников с известной светимостью.

3. Это следует из принципа однородности Вселенной. Закон Хаббла есть наблюдательное проявление расширения Вселенной, одинакового в любой ее точке.

4. Применение формул Специальной Теории Относительности показывает, что любому, даже очень большому значению красного смещения соответствует величина скорости, меньшая скорости света.

5. Исследование динамики звезд в галактиках и самих галактик в скоплениях показало, что большая часть массы содержится в виде «темной материи» неизвестной природы. Видимое вещество (звезды, газ, пыль) имеет примерно в 5 раз меньшую массу.

### **3.4.10. Приемники излучения и методы наблюдений.**

1. Существенно увеличивая время экспозиции, мы можем наблюдать сколь угодно слабые источники излучения во Вселенной.

2. Земная атмосфера пропускает излучение только в видимой области спектра.

3. Фон неба практически полностью исчезает при проведении наблюдений из космоса.

4. Спектральная линия есть изображение щели спектрографа в фокальной плоскости.

5. Угловое разрешение радиоинтерферометров в настоящее время значительно превосходит угловое разрешение оптических инструментов.

*Ответы:* 1: нет; 2: нет; 3: нет; 4: да; 5: да.

#### *Комментарии:*

1. Предельная звездная величина, доступная наблюдениям, ограничена фоном ночного неба и его неоднородностями.

2. Земная атмосфера пропускает также радиоволны и (частично) инфракрасное излучение.

3. Наблюдая из космоса, мы избавляемся только от атмосферной компоненты фона неба. Другие компоненты – зодиакальный свет, излучение слабых звезд и галактик, космологический фон – остаются и при космических наблюдениях.

4. Выбор прямой щели в качестве входного отверстия спектрографа определялся тем, что спектральные особенности, изображенные в виде линий, перпендикулярных направлению изменения длины волны, наиболее удобны для обработки.

5. Угловое разрешение радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ) достигает  $0.0001''$ , что в настоящее время недостижимо для оптических наблюдений.

### § 3.5. Список рекомендуемой литературы.

1. П.Г. Куликовский. Справочник любителя астрономии – Москва, УРСС, 2002.
2. Э.В. Кононович, В.И. Мороз. Курс общей астрономии – Москва, УРСС, 2003.
3. Энциклопедия для детей. Том 8. Астрономия – Москва, Аванта+, 2004.
4. В.Г. Сурдин. Астрономические олимпиады. Задачи с решениями – Москва, Издательство Учебно-научного центра довузовской подготовки МГУ, 1995.
5. В.В. Иванов, А.В. Кривов, П.А. Денисенков. Парадоксальная Вселенная (175 задач по астрономии) – Санкт-Петербург, СПбГУ, 1997.
6. М.Г. Гаврилов. Звездный Мир. Сборник задач по астрономии и космической физике. Часть IV. Олимпиады ННЦ – Черноголовка-Москва, Издательство автора, 1998.
7. В.Г. Сурдин. Астрономические задачи с решениями – Москва, УРСС, 2002.
8. Задачи Московской астрономической олимпиады. 1997-2002. Под ред. О.С. Угольникова, В.В. Чичмаря – Москва, МИОО, 2002.
9. Задачи Московской астрономической олимпиады. 2003-2005. Под ред. О.С. Угольникова, В.В. Чичмаря – Москва, МИОО, 2005.
10. А.М. Романов. Занимательные вопросы по астрономии и не только – Москва, МЦНМО, 2005.
11. Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Авт.-сост. А.В. Засов и др. – Москва, Федеральное агентство по образованию, АПК и ППРО, 2005.

### § 3.6. Справочная информация.

#### 3.6.1. Формулы приближенных вычислений.

Для  $x \ll 1$ :

$$\sin x \approx x$$

$$\cos x \approx 1 - (x^2/2)$$

$$\operatorname{tg} x \approx x$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx$$

$$\ln(1 + x) \approx x$$

$$e^x \approx x + 1$$

#### 3.6.2. Основные физические и астрономические постоянные.

$$\text{Гравитационная постоянная } G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2} = 6.67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$$

$$\text{Скорость света в вакууме } c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с} = 2.998 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$$

$$\text{Постоянная Планка } h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1} = 6.63 \cdot 10^{-27} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$$

$$\text{Постоянная Больцмана } k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} = 1.38 \cdot 10^{-16} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$$

Универсальная газовая постоянная  $R = 8.31 \text{ кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}\cdot\text{моль}^{-1} =$   
 $= 8.31\cdot 10^7 \text{ г}\cdot\text{см}^2\cdot\text{с}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}\cdot\text{моль}^{-1}$   
 Постоянная Стефана-Больцмана  $\sigma = 5.67\cdot 10^{-8} \text{ кг}\cdot\text{с}^{-3}\cdot\text{К}^{-4} = 5.67\cdot 10^{-5} \text{ г}\cdot\text{с}^{-3}\cdot\text{К}^{-4}$   
 Масса протона  $m_p = 1.67\cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1.67\cdot 10^{-24} \text{ г}$   
 Масса электрона  $m_e = 9.11\cdot 10^{-31} \text{ кг} = 9.11\cdot 10^{-28} \text{ г}$   
 Энергия ионизации атома водорода  $E_H = 13.6 \text{ эВ} = 2.18\cdot 10^{-18} \text{ кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}^{-2} =$   
 $= 2.18\cdot 10^{-11} \text{ г}\cdot\text{см}^2\cdot\text{с}^{-2}$   
 Астрономическая единица  $1 \text{ а.е.} = 1.496\cdot 10^{11} \text{ м} = 1.496\cdot 10^{13} \text{ см}$   
 Парсек  $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086\cdot 10^{16} \text{ м} = 3.086\cdot 10^{18} \text{ см}$

### 3.6.3. Данные о Солнце.

Радиус  $695\,000 \text{ км}$   
 Масса  $1.989\cdot 10^{30} \text{ кг}$   
 Средняя плотность  $1.41 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$   
 Ускорение силы тяжести на поверхности  $274\,9.807 \text{ м}\cdot\text{с}^{-2}$   
 Вторая космическая скорость на поверхности  $617.7 \text{ км/с}$   
 Светимость  $3.88\cdot 10^{26} \text{ Вт}$   
 Спектральный класс G2V  
 Сидерический период вращения главного меридиана  $25.38 \text{ суток}$   
 Средний синодический период вращения главного меридиана  $27.275 \text{ суток}$   
 Видимая звездная величина  $-26.8^m$   
 Абсолютная визуальная звездная величина  $+4.82^m$   
 Абсолютная болометрическая звездная величина  $+4.74^m$   
 Показатель цвета (B–V)  $+0.67^m$   
 Температура поверхности около  $6000\text{К}$   
 Средний горизонтальный параллакс  $8.794''$

### 3.6.4. Данные о Земле.

Наименьшее расстояние от Солнца  $0.983 \text{ а.е.}$  или  $147.1 \text{ млн км}$   
 Наибольшее расстояние от Солнца  $1.017 \text{ а.е.}$  или  $152.1 \text{ млн км}$   
 Средняя скорость движения по орбите  $29.79 \text{ км/с}$   
 Эксцентриситет орбиты  $0.017$   
 Тропический год  $365.24219 \text{ суток}$   
 Сидерический год  $365.25636 \text{ суток}$   
 Аномалистический год  $365.25964 \text{ суток}$   
 Драконический год  $346.62008 \text{ суток}$   
 Период вращения  $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$   
 Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0:  $23^\circ 26' 21.45''$   
 Годичная прецессия оси вращения  $50.29''$   
 Экваториальный радиус  $6378.14 \text{ км}$   
 Полярный радиус  $6356.77 \text{ км}$   
 Сжатие  $1/298.3$   
 Масса  $5.974\cdot 10^{24} \text{ кг}$

Средняя плотность  $5.52 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$   
Ускорение силы тяжести на поверхности (стандартное)  $9.807 \text{ м}\cdot\text{с}^{-2}$   
Вторая космическая скорость на поверхности  $11.19 \text{ км/с}$   
Атмосферное давление на уровне моря (стандартное)  $1.013\cdot 10^5 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{с}^{-2}$

### 3.6.5. Данные о Луне.

Среднее расстояние от Земли  $384400 \text{ км}$   
Минимальное расстояние от Земли  $356410 \text{ км}$   
Максимальное расстояние от Земли  $406700 \text{ км}$   
Средняя скорость движения по орбите  $1.023 \text{ км/с}$   
Средний эксцентриситет орбиты  $0.055$   
Средний наклон плоскости орбиты к эклиптике  $5^{\circ}09'$   
Средний наклон экватора к эклиптике  $1^{\circ}33'$   
Максимальная либрация по долготе  $7^{\circ}54'$   
Максимальная либрация по широте  $6^{\circ}50'$   
Сидерический (звездный) период обращения  $27.321662$  суток  
Синодический период обращения  $29.530589$  суток  
Драконический период обращения  $27.212221$  суток  
Аномалистический период обращения  $27.554550$  суток  
Радиус  $1738 \text{ км}$   
Масса  $7.348\cdot 10^{22} \text{ кг}$  или  $1/81.3$  массы Земли  
Средняя плотность  $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$   
Ускорение свободного падения на поверхности  $1.62 \text{ м}\cdot\text{с}^{-2}$   
Вторая космическая скорость на поверхности  $2.38 \text{ км/с}$   
Визуальное геометрическое альbedo  $0.12$   
Сферическое альbedo  $0.07$   
Видимая звездная величина в полнолуние  $-12.7^{\text{m}}$

### 3.6.6. Физические характеристики Солнца и планет.

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометр. Альбедо	Видимая звездная величина**
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695000	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	–26.8
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	–0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут*	177.36	0.65	–4.4
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	–2.0
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	–2.7
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час*	97.86	0.51	5.7
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8
Плутон	$1.5 \cdot 10^{22}$	0.003	1160	0.1819	1.1	6.387 сут*	122.52	0.3	15.1

\* – обратное вращение.

\*\* – для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет.

### 3.6.7. Характеристики орбит планет.

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн.км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5
Плутон	5913.5	39.5294	0.2482	17.148	248.54 лет	366.7

### 3.6.8. Характеристики некоторых спутников планет.

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альbedo	Видимая звездная величина*
	кг	км	г/см <sup>3</sup>	км	сут		m
<b>Земля</b>							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
<b>Марс</b>							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
<b>Юпитер</b>							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
<b>Сатурн</b>							
Тетфия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.2	~11.0
<b>Уран</b>							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
<b>Нептун</b>							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685**	0.7	13.5
<b>Плутон</b>							
Харон	$1.77 \cdot 10^{21}$	635	1.83	19410	6.38725	0.5	16.8

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	2
Раздел 1. Методическая программа Всероссийской олимпиады школьников по астрономии	3
§ 1.1. Общее описание	3
§ 1.2. Методическая программа олимпиады – 9 класс	5
§ 1.3. Методическая программа олимпиады – 10 класс	13
§ 1.4. Методическая программа олимпиады – 11 класс	19
Раздел 2. Методические рекомендации по подготовке и апробации конкурсных заданий различного уровня в контексте содержания олимпиады	26
§ 2.1. Сходства и различия целей олимпиад разного уровня и их заданий	26
§ 2.2. Олимпиадные задания различных категорий – 9 класс	30
§ 2.3. Олимпиадные задания различных категорий – 10 класс	58
§ 2.4. Олимпиадные задания различных категорий – 11 класс	80
Раздел 3. Методические рекомендации по подготовке школьников к участию в олимпиаде	103
§ 3.1. Основные положения	103
§ 3.2. Тестовые задания – 9 класс	106
§ 3.3. Тестовые задания – 10 класс	115
§ 3.4. Тестовые задания – 11 класс	122
§ 3.5. Список рекомендуемой литературы	131
§ 3.6. Справочная информация	131